

ΤΕΧΝΗ

ΚΑΙ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Παπασυμεού Μικελίνα
Α.Τ 777489

Νοέμβριος 2006

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγήσελ. 3 – 7

Γεωμετρικής Έννοιες στην Τέχνη και την Αρχιτεκτονική.....σελ.8 - 39

Γεωμετρία και Τέχνη στην Εκπαίδευση.....σελ 40 - 67

Επίλογος.....σελ 68

Βιβλιογραφία.....σελ 69

I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

«Ο θεός είναι ο υπέρτατος γεωμέτρης» είπε ο Πλάτωνας. Οι Έλληνες πίστευαν ότι η γεωμετρία προσφέρει το μέσο για να ενωθεί ο υλικός κόσμος, με τον κόσμο των αισθήσεων.

Οι Έλληνες θεωρούσαν γενικά ότι τα μαθηματικά κατάγονται από την Αίγυπτο. Η γεωμετρία χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση της γης από τους Αιγυπτίους που πλημμύριζαν συχνά και έπρεπε να βρίσκουν ξανά και ξανά τα σύνορα τους λόγω αφάνισης τους από το Νείλο. Επίσης για τον υπολογισμό εμβαδών και όγκων για κατασκευή χώρων. Το εκτενέστερο και πιο φημισμένο αιγυπτιακό κείμενο για τα μαθηματικά είναι ο πάπυρος Rhind που γράφτηκε κατά την περίοδο της κυριαρχίας της Αιγύπτου από τους Ιξός (μετά το 1800 π.Χ.).

Οι Έλληνες λόγω των στενών πολιτικών δεσμών που τους συνέδεε με την Αίγυπτο παρέλαβαν αρκετά αξιόλογα στοιχεία. Αυτό που είναι εντελώς νέο και το χαρακτηρίζει τα ελληνικά μαθηματικά είναι η μετάβαση από θεώρημα σε θεώρημα διαμέσου της απόδειξης. Η ελληνική γεωμετρία είχε από την αρχή αυτό το χαρακτήρα και αυτό οφείλεται στο Θαλή. Σταθμός στην ιστορική εξέλιξη της γεωμετρίας αποτελεί το έργο του Ευκλείδη «Τα Στοιχεία» (300 π.Χ.) τα οποία αποτελούνται από 13 βιβλία. Ο Ευκλείδης συνάθροισε τα Στοιχεία όπου συγκέντρωσε πολλά από αυτά που ανακάλυψε ο Εύδοξος, τελειοποίησε πολλά από τα αποτελέσματα του Θεαίτητου αλλά και συμπλήρωσε αψεγάδιαστες αποδείξεις.

Στο μεσαίωνα η γεωμετρία δεν προχώρησε και πολύ. Η ραγδαία εξέλιξη αρχίζει από τον Καρτέσιο (17^{ος} αιώνας) που ανακαλύπτει τη μέθοδο των συντεταγμένων. Εμφανίζεται η αναλυτική γεωμετρία. Τον 18^ο αιώνα εμφανίζεται η προβολική γεωμετρία. Τον 19^ο αιώνα αντικείμενο της γεωμετρίας ήταν οι σχέσεις και τα σχήματα των σωμάτων του χώρου. Ο Lobachevski διαμόρφωσε μια γεωμετρία (γεωμετρία Lobachevski) όπου αποκλείει το 5ο αίτημα του Ευκλείδη και χρησιμοποιεί μόνο τα 4 αιτήματα του πρώτου βιβλίου των Στοιχείων. Έτσι αρχίζει μια περίοδος μη Ευκλείδειας γεωμετρίας και αναπτύσσονται γεωμετρίες όπως η προβολική γεωμετρία, η παραστατική γεωμετρία, η Ευκλείδειος γεωμετρία πολυδιάστατου χώρου, η σφαιρική γεωμετρία κ.α.

Ο 20^{ος} αιώνας ασχολείται με το βάθος και το πλάτος των ιδεών της ταξινόμησης της διαφορικής γεωμετρίας.

Η σύνδεση τέχνης και μαθηματικών

Θα φαινόταν εκ πρώτης όψεως, ότι δεν υπάρχει μια φανερή σύνδεση μεταξύ τέχνης και μαθηματικών κι αυτό γιατί φαινομενικά και τα δύο βασίζονται σε διαφορετικά μοντέλα σκέψης.

Η γεωμετρική γνώση όμως συνέλαβε αποφασιστικά ως θεωρητικό όργανο στις εικαστικές τέχνες. Η τέχνη πάλι αφομοιώνει στοιχεία τα οποία πήρε τόσο από τον υλικό όσο και από τον αφηρημένο κόσμο της επιστήμης.

Η άμεση αυτή σχέση των μαθηματικών με τις τέχνες καταγράφεται ήδη από τα πολύ παλιά χρόνια. Ακόμα και από την παλαιολιθική εποχή όπου ο άνθρωπος χρησιμοποιούσε μια ενστικτώδη γεωμετρική γνώση για την κατασκευή των εργαλείων. Οι απεικονίσεις της εποχής εκείνης των καθημερινών αντικειμένων απεικονίζονται σε φυσικό μέγεθος. Το γεωμετρικό τους ένστικτο οδηγεί τον πρωτόγονο καλλιτέχνη στην απεικόνιση του τρισδιάστατου χώρου.

Η τέχνη των Αιγυπτίων για παράδειγμα είναι εμποτισμένη με απρόσωπη ανθρώπινη μορφή και στην απεικόνιση της φύσης χρησιμοποιώντας τον όγκο και την κίνηση.

Οι Έλληνες είχαν συνειδητοποιήσει ότι χωρίς το θεωρητικό όργανο την γεωμετρία, δε θα μπορούσαν να προχωρήσουν βαθιά στην τέχνη.

Πολλοί μελετητές της ιστορίας της τέχνης έχουν σημειώσει ότι οι δύο μεγάλες επαναστάσεις στην τέχνη, της Αναγέννησης και της Μοντέρνας τέχνης, έχουν γίνει από καλλιτέχνες που σκέφτονταν νέες γεωμετρίες: την προοπτική γεωμετρία για την Αναγέννηση και την μη Ευκλείδεια και πολυδιάστατη γεωμετρία για την Μοντέρνα τέχνη.

Οι καλλιτέχνες του 1300, 1400 και 1500 είχαν στρέψει το βλέμμα τους προς τον Ευκλείδη μετά που το σύγγραμμά του ήρθε μεταφρασμένο στα αραβικά από την Ισπανία, στην Τοσκάνη. Μερικοί καλλιτέχνες της αναγέννησης όπως ο Fillippo Brunelleschi, ο Leon Baptista Alberti για παράδειγμα έγραψαν για προοπτική γεωμετρία η οποία φυσικά προέρχεται από την κλασσική γεωμετρία. Ο Gerard Desarge (1501–1661) μηχανικός και αρχιτέκτων που συνέβαλε στην εξέλιξη της προβολικής γεωμετρίας. Ο υπέρτατος άνθρωπος της Αναγέννησης όμως θεωρείται ο Leonardo Da Vinci (1452-1519). Μαθηματικός, φιλόσοφος, αρχιτέκτονας, μηχανολόγος, ζωγράφος, γλύπτης, επιστήμονας, μουσικός, εφευρέτης. Ο Leonardo Da Vinci ήταν της ίδιας εποχής με τον Κοπέρνικο και προκάτοχος του Γαλιλαίου. Στη συνέχεια έρχονται ο Kepler ο Descartes ο Fermat, ο Pascal. Το πρόβλημα στη γεωμετρία που απασχόλησε τον Leonardo ήταν ο τετραγωνισμός του κύκλου.

Η επιρροή της μη Ευκλείδειας και πολυδιάστατης γεωμετρίας οδήγησε στη γέννηση της μοντέρνας τέχνης. Αυτές οι γεωμετρίες και όχι η θεωρία της σχετικότητας ήταν η κύρια επιστημονική επιρροή στη μοντέρνα

τέχνη. Το έργο του Dali «Η σταύρωση» (Corpus Hypercubicus) χρησιμοποιεί ένα ξεδιπλωμένο υπερκύβο.

Τα Fractals θα φέρουν μια καινούργια γλώσσα για την μη κανονικότητα της φύσης και δίνει νέες προοπτικές για το μέρος και το όλον. Είναι μια δυναμική εικαστική τέχνη.

Πολλοί από τους πιο γνωστούς επιστήμονες υπήρξαν και καλλιτέχνες. Όπως π.χ. ο Samuel Morse, ο εφευρέτης του κώδικα Morse και του τηλεγράφου, όπως επίσης και ο Robert Fulton, ο εφευρέτης του ποταμόπλοιου, ο Benjamin Henry Latrobe, διακεκριμένος αρχιτέκτονας και μηχανικός. Είναι φανερό ότι η εικονική αναπαράσταση έχει πολλά να προσφέρει στην κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών. Η εικόνα, η μουσική έχουν οδηγήσει τους ανθρώπους να εκφράζονται γραπτώς με εκπληκτικά αποτελέσματα. Πολλοί από τους μεγάλους επιστήμονες σκέφτονταν με εικόνες. Το 1888 ο εφευρέτης των ευγενών αερίων της επιστήμης της Χημείας, ο Francis Calton δήλωσε ότι σκεφτόταν με εικόνες. Ο Albert Einstein είπε ότι η ικανότητα του να σκέφτεται οπτικά ήταν τόσο ισχυρή που ήταν πολύ δύσκολο για αυτόν να μεταφράσει τις σκέψεις του στην παραδοσιακή γλώσσα. Πολλοί ερευνητές συμφωνούν ότι υπάρχει ισχυρή σύνδεση μεταξύ της αναπαράστασης και της λύσης μαθηματικών προβλημάτων.

Πολλές τεχνικές όπως η προοπτική ζωγραφική, η ισομετρική οπτική ή η απεικόνιση μιας απλής γραφικής παράστασης μιας καμπύλης δείχνουν τα συγκοινωνούντα δοχεία των καλλιτεχνών των μαθηματικών και των εφευρετών.

Η ιδέα της αρμονίας που βασίζεται στη «χρυσή τομή» έγινε μια από τις πιο εύφορες ιδέες στην τέχνη των Ελλήνων. Η φύση της ιδέας αυτής επεκτείνεται και περιλαμβάνεται στην δημιουργικότητα του ατόμου, όπου οι ίδιοι οι νόμοι του ρυθμού και της αρμονίας επενεργούν. Ο Αριστοτέλης συγκεκριμένα λέει: η Φύση στοχεύει στις αντιθέσεις και από αυτές από ανόμοια πράγματα δημιουργεί συμφωνίες. Συνδυάζει το αρσενικό με το θηλυκό και από εκεί η σύνδεση δημιουργείται μέσω της σύνθεσης των αντιθέσεων.

Η θεωρία των αναλογιών είναι η βάση της τέχνης και φυσικά τα προβλήματα δε θα μπορούσαν παρά να απασχολήσουν τον Πυθαγόρα. Ανάμεσα στους Έλληνες φιλόσοφους ο Πυθαγόρας ήταν ο πρώτος που επιχείρησε να κατανοήσει την έννοια της μουσικής αναλογίας. Ο Πυθαγόρας έδωσε ένα ειδικό ενδιαφέρον και προσοχή στη χρυσή τομή κάνοντας το πεντάγωνο σύμβολο της σχολής του. Όχι μόνο οι αρχαίοι φιλόσοφοι στην αρχαία Ελλάδα αλλά επίσης και πολλοί Έλληνες καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες έδωσαν τεράστια προσοχή στο επίτευγμα της αναλογίας. Αυτό αποδεικνύεται από την ανάλυση αρχιτεκτονικών μνημείων. Ο Παρθενώνας, ο «Κανών» του Πολυκλέτη και η «Αφροδίτη» του Πραξιτέλη, το τέλειο ελληνικό θέατρο της Επιδαύρου και το αρχαίο

θέατρο του Διονύσου στην Αθήνα, όλα αυτά είναι λαμπρά παραδείγματα της απόλυτης αρμονίας που βασίζονται στη χρυσή τομή.

Το αρχαίο θέατρο της Επιδαύρου κατασκευάστηκε από τον Πολυκλέτη για την 40^η Ολυμπιάδα. Είναι χωρητικότητας 15000 ατόμων. Το θέατρο χωρίστηκε σε δύο κλιμακωτές σειρές. Η πρώτη έχει 34 σειρές καθισμάτων, η δεύτερη 21 (αριθμοί Fibonacci). Η γωνία μεταξύ του θεάτρου και της σκηνής χωρίζει την περιφέρεια της βάσης του αμφιθεάτρου με αναλογία $137,5^{\circ}:222,5^{\circ}=0,618$ (η χρυσή τομή!). Αυτή η αναλογία υπάρχει σε όλα τα αρχαία θέατρα. Το θέατρο του Διονύσου στην Αθήνα έχει 3 κλιμακωτές σειρές. Η πρώτη έχει 13 τομείς, η δεύτερη 21 (αριθμοί Fibonacci!).

Στην κατασκευή των ναών ο άνθρωπος εθεωρείτο ως «η μονάδα μέτρησης» για όλα τα πράγματα. Στο ναό έπρεπε να εισέρχεται με ψηλά το κεφάλι. Το ύψος του διαίρεται σε 6 τμήματα (ελληνικά πόδια), το οποίο με ρίγα παραμεριζόταν και πάνω σε αυτήν το μέτρο τοποθετείτο. Αυτό ήταν συνδεδεμένο με την ακολουθία Fibonacci: 1, 2, 3, 5, 8, 13. προσθέτοντας και αφαιρώντας πάνω σε αυτά τα σταθερά ευθύγραμμα τμήματα προκύπτουν απαραίτητες αναλογίες. Πιστές σε αυτό το μέτρο, έχουν κτιστεί θέατρα, στάδια και ναοί.

Τα μαθηματικά ήταν ένα θέμα προς συζήτηση στις καλλιτεχνικές συζητήσεις. Οι καλλιτέχνες άλλαζαν από την Ρομαντική νοσταλγία και γύριζαν προς τον συναρπαστικό κόσμο της επιστήμης. Η τέταρτη διάσταση και οι μη Ευκλείδειες γεωμετρίες ήταν στον αέρα, όπως οι αναλογίες για τους Ιταλούς αρχιτέκτονες της Αναγέννησης.

Οι αναλογίες στην τέχνη μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ένα σύνθετο εργαλείο για κριτική ανάλυση και θεωρία. Μιλώντας τεχνικά, η αναλογία είναι η ισότητα δύο λόγων. Αυτό είναι ισοδύναμο σε συγκεκριμένα και γνωστά γεωμετρικά διαγράμματα. Με αυτό τον τρόπο οι αριθμοί και τα σχήματα σχετίζονται. Από αυτή τη σχέση, μπορούν να αρχίσουν γεωμετρικές σχέσεις και αριθμητικές υποθέσεις. Τις περισσότερες φορές αυτή η αναλογική σκέψη ανήκει και στην προσωπική σφαίρα του καθενός, ίσως στην έμπνευση.

Η εξωτερική πραγματικότητα, η αρχιτεκτονική, τα γλυπτά, η εικαστική τέχνη, γενικά μπορούν να αναλυθούν επίσης από μια γεωμετρική οπτική γωνία εκτός από τα γεωμετρικά σχήματα, στην τέχνη, υπάρχει επίσης το χρώμα, το βάθος, οι αναλογίες. Εάν ένα ορθογώνιο εγκλείει κάποιο άλλο, τότε κοιτάζοντας αυτήν την εικόνα λέμε ότι υπάρχει χώρος μεταξύ των ορθογωνίων. Τα χρώματα κάνουν τα πράγματα πιο έντεχνα, πιο εκλεπτισμένα. Ο χώρος μεταξύ ενός άσπρου και ενός μαύρου ορθογωνίου είναι διαφορετικός, εάν μετά ίδια ορθογώνια το ένα είναι ζωγραφισμένο κόκκινο και το άλλο πράσινο. Όταν το χρώμα προστίθεται στα γεωμετρικά σχήματα, η γεωμετρία αλλάζει σε αισθητική γεωμετρία, της οποίας οι ιδιότητες προδίδουν την παραδοσιακή γνώση.

Τα Μαθηματικά, η γεωμετρία, η αναλογία και η προοπτική έχουν μια μακράν ιστορία σύνδεσης με την Τέχνη και την αρχιτεκτονική. Αυτή η ιστορία δεν είναι γραμμική. Τα επεισόδια της είναι αδιάλειπτα.

Στην μελέτη που ακολουθεί θα αναλυθούν διάφοροι πίνακες ζωγραφικής και γλυπτά ως προς την γεωμετρικότητα τους, δηλαδή τις γραμμές, την σύνθεση, την προοπτική, το βάθος καθώς επίσης και ως προς την χρήση γεωμετρικών σχημάτων σε αυτούς. Στο τελευταίο μέρος της έρευνας θα παρουσιαστεί πορτοφόλιο με σχέδια μαθήματος για τη διδασκαλία της γεωμετρίας από την Α' Γυμνασίου μέχρι την Γ' Λυκείου.

II. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΗΝ ΤΕΧΝΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ

Στο Β' μέρος θα ασχοληθούμε με την ανακάλυψη μαθηματικών εννοιών στην Τέχνη και την Αρχιτεκτονική, θα ασχοληθούμε με το τρίγωνο γενικά και συγκεκριμένα με το Αιγυπτιακό τρίγωνο, το οποίο περιέχεται στη Μεγάλη Πυραμίδα, θα ασχοληθούμε με την εισαγωγή της ιδέας του λόγου και της αναλογίας, της περιμέτρου, του εμβαδού του τετραγώνου και του κύκλου. Το σχέδιο είναι να προχωρήσουμε χρονολογικά ακολουθώντας την Τέχνη και τη Γεωμετρία από την αρχαία Αίγυπτο μέχρι σήμερα. Θα ψάξουμε για:

1. Αναλογίες μεταξύ των μερών ενός κτιρίου, ενός πίνακα, ενός γλυπτού. Ειδικά ψάχνω για την χρυσή αναλογία .
2. Χρήση γεωμετρικών συμβόλων, όπως του κύκλου, του τριγώνου, του πενταγώνου, εξαγώνου κ.τ.λ.
3. Γεωμετρικές κατασκευές όπως, τετραγωνισμός του κύκλου, την χρυσή τομή και κατασκευές του πολυγώνου.
4. Μοτίβα στην Τέχνη, ειδικά θέματα που επαναλαμβάνονται με περιοδικότητα.
5. Οτιδήποτε γεωμετρικό, το οποίο είναι στενά συνδεδεμένο με την τέχνη ή την αρχιτεκτονική.

Η μεγάλη πυραμίδα:



Θα αρχίσουμε την έρευνα μας για την σύνδεση Γεωμετρίας, τέχνης και αρχιτεκτονικής, με ένα προφανές παράδειγμα, τις πυραμίδες. Έργα αρχιτεκτονικής τα οποία όμως είναι βασικά γεωμετρικά σχήματα.

Οι πυραμίδες χτίστηκαν κατά τη διάρκεια της ζωής ενός μόνο βασιλιά για να τον βοηθήσουν να παραμείνει αθάνατος. Χτίστηκαν κατά την 4^η δυναστεία, περίπου το 2.800 π.Χ.

Ισχυρισμός: Η μεγάλη πυραμίδα περιέχει την χρυσή αναλογία.

Ορισμός της χρυσής αναλογίας: Έστω ένα ευθύγραμμο τμήμα το οποίο χωρίζεται σε δύο τμήματα. Χρυσή αναλογία έχω όταν ολόκληρη η γραμμή προς το μεγαλύτερο τμήμα είναι το ίδιο με τον λόγο του μεγαλύτερου τμήματος προς το μικρότερο.

Απόδειξη: Έστω το μικρότερο κομμάτι =1, το μεγαλύτερο κομμάτι= Φ . Επομένως το Φ είναι η χρυσή τομή. (Συμβολίζεται με το γράμμα Φ προς τιμή του αρχιτέκτονα Φειδία).

$$\Phi/1 = (1+\Phi)/\Phi \quad \text{άρα} \quad \Phi^2 = 1 + \Phi$$

$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$ λύνοντας την δευτεροβάθμια αυτή εξίσωση έχουμε ότι

$$\Phi = \frac{1}{2} + \sqrt{5}/2 \approx 1,618$$

Το Αιγυπτιακό τρίγωνο

Εάν πάρουμε μια διαγώνιο της πυραμίδας τότε παίρνουμε ένα τρίγωνο, αυτό είναι το αιγυπτιακό τρίγωνο. Αυτό το τρίγωνο είναι ειδικό γιατί περιέχει την χρυσή τομή. Συγκεκριμένα ο λόγος του παράπλευρου ύψους της πυραμίδας S προς την μισή βάση b είναι σε χρυσή αναλογία.

Πράγματι οι διαστάσεις της πυραμίδας είναι:

Ύψος=146,515 m και η βάση= 230,363 m

Επομένως η μισή βάση είναι = $230,363 \text{ m} / 2 = 115,182 \text{ m}$

άρα $S^2 = 146,515 + 115.182^2 = 34.733 \text{ m}^2$

$S = 18636.9 \text{ mm}$

Διαιρώντας το παράπλευρο ύψος με το μισό της βάσης έχουμε

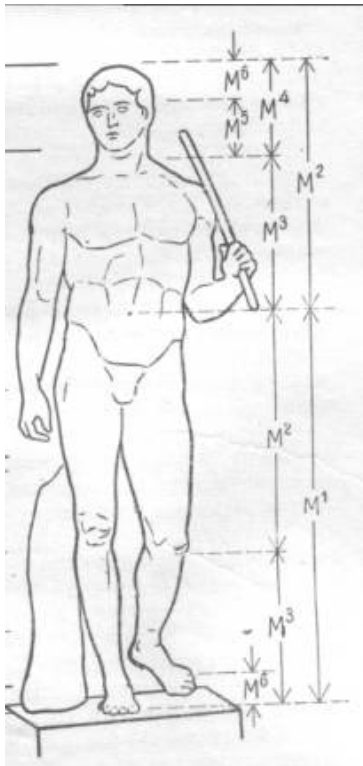
$186,369 / 115,182 = 1,61804$ Επομένως όντως η Μεγάλη πυραμίδα περιέχει την χρυσή αναλογία.

Σχόλιο [u1]: Δεν είναι πολύ κατανοητό πως βγαίνουν οι σχέσεις. Γράψε πιο αναλυτικά.

Ελληνικά γλυπτά:

Όσον αφορά τα ελληνικά γλυπτά, εδώ και πάλι οι έρευνες έδειξαν την αναλογία του ανθρωπίνου σώματος. Ο Διόφορος αναφέρει δύο γλύπτες από τη Σάμο τον Τελεοκλή και τον Θεόδωρο, οι οποίοι για πρώτη φορά μετέφεραν τις νόρμες του ανθρωπίνου σώματος, που αναπτύχθηκαν στην Αίγυπτο στα ελληνικά γλυπτά. Ο γλύπτης Πολυκλέτης έγραψε κείμενο για τις κανονικές αναλογίες του ανθρωπίνου σώματος και ασχολήθηκε με το άγαλμα του Διοφόρου το οποίο για μεγάλο διάστημα χρησιμοποιήθηκε ως πρότυπο, ως «κανών».

Ο Ρώσος αρχιτέκτονας G.D.Grimm δείχνει την ακολουθία του διάσημου αγάλματος με την χρυσή αναλογία. $M=\tau$



1. Το πρώτο τμήμα του αγάλματος είναι σε αναλογία χρυσής τομής $M^0 = 1$
 $M^1 = \tau^1$ και περνά από τον ομφαλό
 $M^2 = \tau^2$
2. Το δεύτερο τμήμα του κάτω μέρους του κορμού
 $M^1 = \tau^1$
 $M^2 = \tau^2$ περνά από τη γραμμή στο γόνατο του.
3. Το τρίτο τμήμα
 $M^3 = \tau$

Τα Πλατωνικά Στερεά:

Ο Πλάτωνας υποστήριξε ότι το τρίγωνο είναι ένα υλικό που πάνω του είναι κατασκευασμένο το σύμπαν. Παρουσίασε αυτή την ιδέα του για την κατασκευή του κόσμου, ως να δημιουργήθηκε το σύμπαν για να μοιάζει σε μια γεωμετρική ακολουθία. Τα τρίγωνα, λέει ο Πλάτωνας δημιουργούν 5 στερεά. Τα πλατωνικά στερεά και πως αυτά τα στερεά τα 4 στοιχεία και τον Παράδεισο.

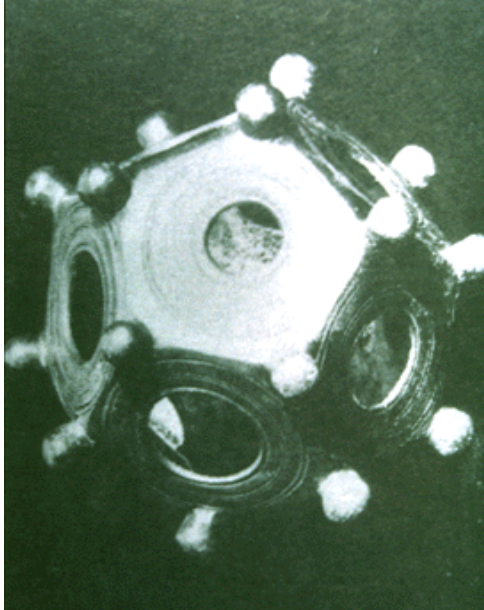
Σχόλιο [u2]: Γλώσσα

Τα Πλατωνικά στερεά ανήκουν στο σύνολο των γεωμετρικών σχημάτων που ονομάζονται πολύεδρα. Πολύεδρο είναι ένα στερεό που οριοθετείται από επίπεδα πολύγωνα. Ένα κανονικό πολύεδρο είναι αυτό που όλες οι πλευρές του είναι κανονικά πολύγωνα. Μόνο 5 κανονικά στερεά είναι πιθανά, ο κύβος, το τετράεδρο, το οκτάεδρο, το δωδεκάεδρο και το εικοσάεδρο.

Πολύεδρα στην τέχνη και την αρχιτεκτονική:



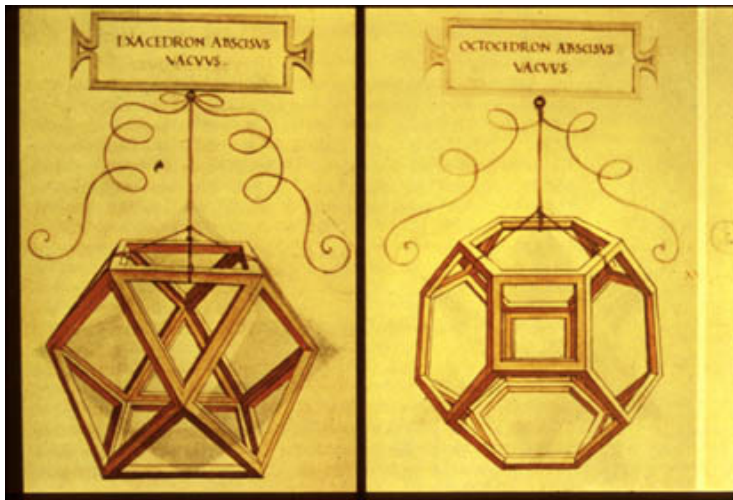
Οι Αιγύπτιοι
ήξεραν το
τετράεδρο, το
οκτάεδρο και τον
κύβο



Στη Σκοτία και στην Πάντοβα βρέθηκαν νεολιθικά στερεά .Αυτό το Ετρουσκιανό δωδεκάεδρο πιθανότατα χρησιμοποιείτο ως παιχνίδι



Αυτός ο πίνακας δείχνει τον Fra Luca Paccioli και τον μαθητή του Guidobaldo δούκα του Ουρπίνο. Πάνω ψηλά στα αριστερά είναι ένα ρομβοκυβοκτάεδρο και πάνω στο τραπέζι ένα δωδεκάεδρο πάνω από τα «Στοιχεία» του Ευκλείδη



Ο Luca Paccioli έγραψε ένα βιβλίο που ονομάζεται «Η Θεϊκή αναλογία» (1509) το οποίο περιέχει ένα τμήμα για τα Πλατωνικά στερεά το οποίο μέσα στις σελίδες του έχει σχέδια του Leonardo Da Vinci. Αυτά τα σχέδια είναι τα πιο πάνω.



UCCELO: Μωσαϊκό από τον Καθεδρικό ναό του Αγίου Μάρκου στη Βενετία (1425-1430)



Ο Albert Durer (1471-1528) είχε ένα ειδικό ενδιαφέρον για την γεωμετρία. Αυτό το φημισμένο έργο του «Μελαγχολία» δείχνει ένα μη κανονικό πολυέδρο, όπως επίσης και μια σφαίρα, ένα μαγικό τετράγωνο και διαβήτη. Μελετητές έχουν πει ότι αυτό το πολυέδρο είναι στην ουσία ένας κύβος όπου οι απέναντι άκρες του έχουν κοπεί.

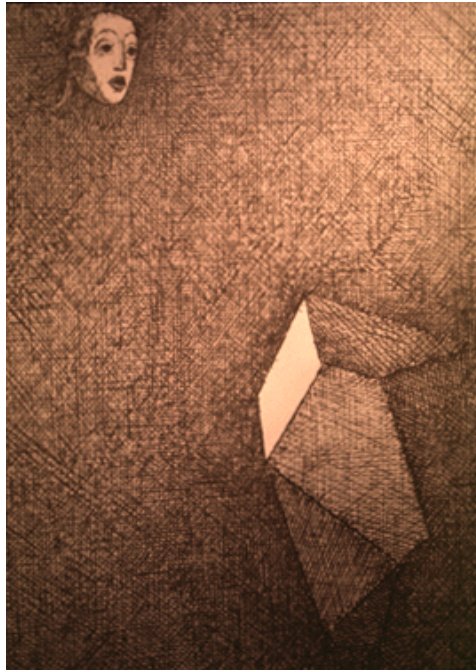


Επίχρυσο Λιοντάρι που βρίσκεται στην «πύλη της Θεϊκής Αγνότητας» στην Απαγορευμένη πόλη στο Πεκίνο. Εδώ η φωτογραφία εστιάζει στο πόδι του λιονταριού το οποίο πατά πάνω σε μια μπάλα η οποία είναι διακοσμημένη με εξάγωνα που μέσα τους υπάρχουν πεντάγωνα.

Πολύεδρα στην Τέχνη του 20^{ου} αιώνα:



Πίνακας του Alberto Giacometti, 1972



Αυτός ο Σουηδός καλλιτέχνης ο Alberto Giacometti (1901-1966), συχνά στα έργα του περιλαμβάνει πολύεδρα.

Πολύγωνα και ιερή γεωμετρία:

Στον αρχαίο κόσμο κάποιοι αριθμοί είχαν συμβολικό νόημα. Σε αυτήν την ενότητα θα δούμε τα επίπεδα σχήματα, τα πολύγωνα, τα τρίγωνα, τα τετράγωνα, τα εξάγωνα κ.α. είχαν την ίδια αντιμετώπιση και κουβαλούσαν ένα συναισθηματικό φορτίο πιο μεγάλο από τους αριθμούς επειδή ήταν οπτικά αντικείμενα. Αυτό μας οδηγεί στην ιερή γεωμετρία. Θα ασχοληθούμε με τα πολύγωνα, έτσι όπως απασχόλησαν τους Πυθαγόρειους, το ισόπλευρο τρίγωνο, το εξάγωνο, το πεντάγωνο. Θα ασχοληθούμε επίσης και με πλακόστρωτα (tilings), που είναι η τέχνη του να καλύψεις μια επιφάνεια με πολύγωνα.



Σχέδιο στην Πομπηία

Κάθε αριθμός μπορεί να συνδεθεί με ένα επίπεδο σχήμα ή πολύγωνο. Τα πολύγωνα είχαν επίσης συμβολικό νόημα και εμφανίζονται σε μοτίβα στην τέχνη και την αρχιτεκτονική και ορισμένα ανήκουν στην ιερή γεωμετρία.

Κανονικά πολύγωνα: είναι αυτά που όλες οι γωνίες και όλες οι πλευρές είναι ίσες.

Πολύγωνα και πολυγράμματα: Ένα πολύγραμμο μπορεί να σχεδιαστεί ενώνοντας τις γωνίες ενός πολυγώνου. Έτσι έχουμε

πεντάγωνο-πεντάγραμμο, εξάγωνο-εξάγραμμο, οχτάγωνο-οχτάγραμμο.

Θα ασχοληθούμε με πολύγωνα με 3-5-6 γραμμές, αρχίζοντας από το πιο απλό, το ισόπλευρο τρίγωνο.



Παράθυρο σε εκκλησία στο Quebec. Στην αρχιτεκτονική, τα τρίγωνα παράθυρα στις εκκλησίες συμβολίζουν τις τρεις διαστάσεις του Θεού.



Ελληνικό
τρισκέλιο: Νίκη
και Πρόοδος



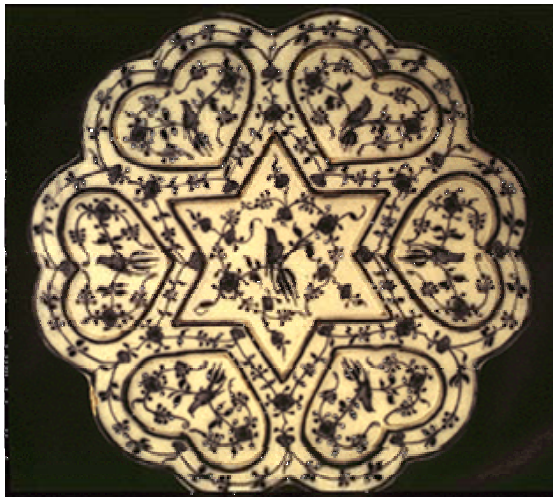
Ιρλανδικό
τρισκέλιο



Πάτωμα στην Πομπηία. Κάλυψη με ισόπλευρα τρίγωνα. Η έννοια του τετραγωνισμού αναφέρεται στην πλήρη κάλυψη μιας επιφάνειας με το ίδιο σχήμα, χρησιμοποιώντας κανονικά πολύγωνα. Το τρίγωνο, το τετράγωνο και το εξαγώνο, είναι τα μόνα

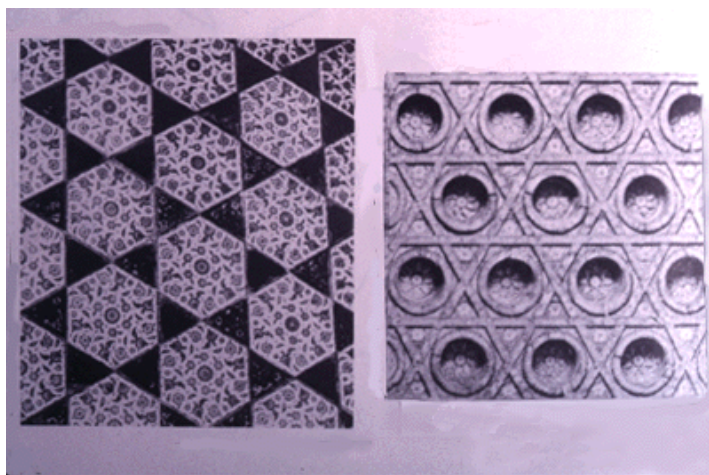
σχήματα που καλύπτουν ένα χώρο με τη μέθοδο του τετραγωνισμού.

Εξάγωνο- Εξάγραμμο: Το εξάγραμμο είναι στενά συνδεδεμένο με το ισόπλευρο τρίγωνο. Το εξάγωνο χρησιμοποιείται ευρέως για την κάλυψη ενός χώρου, ειδικά στα ισλαμικά μοτίβα.



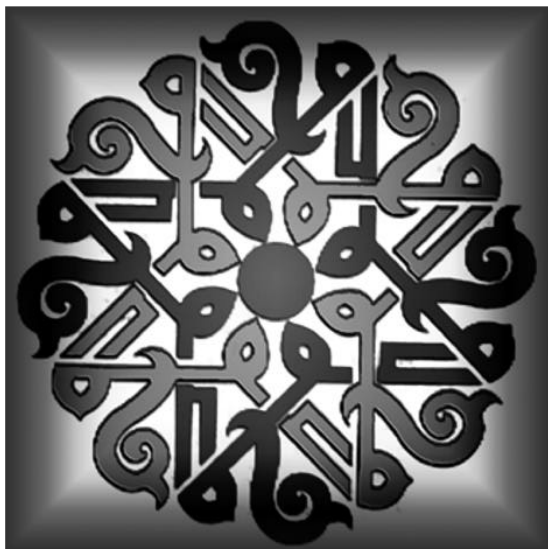
Πιάτο με το άστρο του Δαβίδ.
Keller Sharon (1992)

Ισλαμικά μοτίβα:



Από τον 10^ο και τον 13^ο αιώνα μ.Χ., οι καλλιτέχνες στον ισλαμικό πολιτισμό δημιουργούσαν μεγάλο όγκο συμμετρικών και γεωμετρικών μοτίβων. Μπορούν αυτά τα μοτίβα να θεωρηθούν μόνο ως διακοσμητικά, αλλά μια τέτοια θεώρηση θα ήταν πολύ επιφανειακή. Μπορούν επίσης να θεωρηθούν ως μια ένωση της τέχνης και της γεωμετρίας. Τέτοια μοτίβα στον ισλαμικό κόσμο μπορούν να βρεθούν στα δάπεδα, στους τοίχους, σε χαρτί, σε πόρτες, σε γυαλί και σε άλλα αντικείμενα. Διακοσμούν παλάτια, κέντρα εκπαίδευσης και τάφους. Τα ισλαμικά μοτίβα έρχονται σε τρεις διαφορετικές γεωμετρικές μορφές. Ένα από αυτά είναι τα καλλιγραφικά μοτίβα που εμφανίζονται στο σχηματισμό των λέξεων Allah και Mohammed (Θεός και Προφήτης) Εικόνα 1.

Εικόνα 1.



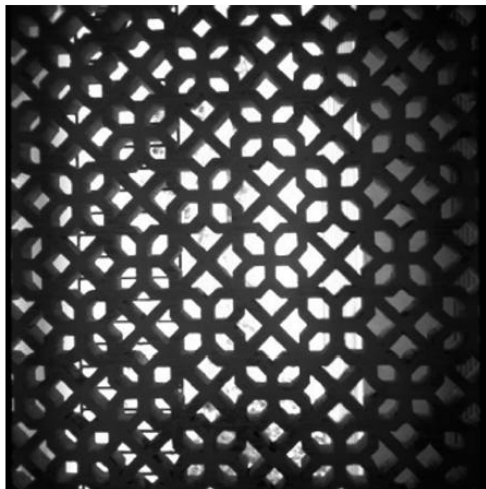
Ένα άλλο δεύτερο μοτίβο είναι γνωστό ως το Arabesque όπου παρουσιάζονται φύλλα και άλλα λουλούδια. Η Τρίτη κατηγορία και η μεγαλύτερη των ισλαμικών μοτίβων περιλαμβάνει πολύγωνα τα οποία επαναλαμβάνονται συνεχώς και δεν υπάρχει σημείο σταθερό να επικεντρωθεί το μάτι. Εικόνα 2.

Εικόνα 2.



Το τρίτο παράδειγμα έχει πολύ απλή κατασκευή. Έχει δημιουργηθεί με την τοποθέτηση 4 πανομοιότυπων εξαγώνων για να αποτελέσουν τα πέταλα του σχήματος μέσα από ένα τετράγωνο κελί. Εικόνα 3.

Εικόνα 3.



Η φιλοσοφία πίσω από αυτά τα ισλαμικά μοτίβα είναι ότι ξεκινώντας από την αρχή του ισλαμισμού που απαγορεύει την απεικόνιση φιγούρων. Ο ισλαμισμός δεν έχει εικόνα του Θεού, εκτός από το φως και την λαμπρότητα των αστεριών. Η γεωμετρία είναι η

πόρτα από τον υλικό κόσμο στον πνευματικό και το ίχνος της τελειότητας.

Μια ψευδαίσθηση: Το εξάγωνο χρησιμοποιείται επίσης για να δημιουργήσει την ψευδαίσθηση του κύβου.



Το εξαπέταλο τριαντάφυλλο: Έξι κύκλοι τοποθετούνται γύρω από έναν έβδομο με την ίδια διάμετρο, χωρίζουν την περιφέρεια σε 6 ίσα μέρη και η ακτίνα του κύκλου διαιρεί ακριβώς την περιφέρεια σε 6 μέρη, διαμορφώνοντας το εξαπέταλο τριαντάφυλλο.



Καθεδρικός ναός του
Αγίου Μάρκου στη
Βενετία



Εξάγωνο- Εξάγραμμο:
Ενώνοντας τις
εναλλάξ γωνίες ενός
εξαγώνου αυτό που
παίρνουμε είναι ένα
εξάγραμμο, ένα
αστέρι ουσιαστικά το
οποίο ονομάζεται
άστρο του Δαβίδ και
μπορούμε να το δούμε
στην σημαία του
Ισραήλ.

Σχέδιο από τον Καθεδρικό
ναό της Pisa (Duomo in
Pisa)

Πεντάγωνο- πεντάγραμμο: Το πεντάγραμμο χρησιμοποιείται ως
σύμβολο των Πυθαγορείων. Η κατασκευή του θεωρείτο ένα καλά
φυλαγμένο μυστικό. Το πεντάγραμμο είναι επίσης γνωστό ως
πεντάλφα, αφού μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από 5 Α.



Leonardo Da Vinci: ο Υπέρτατος άνθρωπος της Αναγέννησης.



Αυτοπροσωπογραφία



Βιτρούβιος Άντρας: Στο ανθρώπινο σώμα, το κεντρικό σημείο είναι φυσικά ο ομφαλός. Γι αυτό εάν ένας άνθρωπος τοποθετείται με την πλάτη στο πάτωμα και με τα χέρια στην ανάταση τότε αν ένας διαβήτης βάλει ως κέντρο τον ομφαλό, τότε τα δάκτυλα και τα πόδια θα αγγίζουν την περιφέρεια ενός κύκλου. Κι έτσι καθώς το ανθρώπινο σώμα περιγράφεται από, μια κυκλική γραμμή, έτσι και μια τετράγωνη φιγούρα μπορεί να σχηματιστεί αφού εάν μετρήσουμε την απόσταση από τα πόδια μέχρι το κεφάλι και μετά την απόσταση μεταξύ των δύο χεριών σε έκταση, τότε το πλάτος και το ύψος θα είναι το ίδιο.



Αυτός ο πίνακας ονομάζεται «Ευαγγελισμός». Δείχνει μια προσεγμένη δουλειά προοπτικής στην κατασκευή του. Προσέξτε το χέρι της Παρθένου που φαίνεται πολύ μακρύ. Μελέτες έδειξαν ότι ο Leonardo παρέκκλινε από την προοπτική για να δείξει την αποδοχή της Παρθένου για το ευχάριστο γεγονός.



Ο πιο διάσημος πίνακας του Leonardo ως προς την προοπτική του είναι «Ο Μυστικός Δείπνος». Το κέντρο του πίνακα τοποθετείται στο δεξί μάτι του Χριστού. Τα χέρια του Χριστού σχηματίζουν μια νοερή πυραμίδα.

Γεωμετρική τέχνη 20^{ος} αιώνας:

Στον 20^ο αιώνα έχουμε πίνακες και γλυπτά που είναι απόλυτα γεωμετρικά



«Το φιλί», 1908 ,
Bancusi

551 Constantin Brancusi. *The Kiss*. 1908. Limestone, height 23" (58 cm). Philadelphia Museum of Art (Louise and Walter Arensberg Collection).

Οι καλλιτέχνες του 20ου αιώνα ήθελαν να δημιουργήσουν κάτι που δεν υπήρχε πριν, να δουν τον κόσμο με άλλο μάτι, να μιλήσουν για τον εσωτερικό τους κόσμο, να ασχοληθούν με ιδέες που ήταν παγκόσμιες.

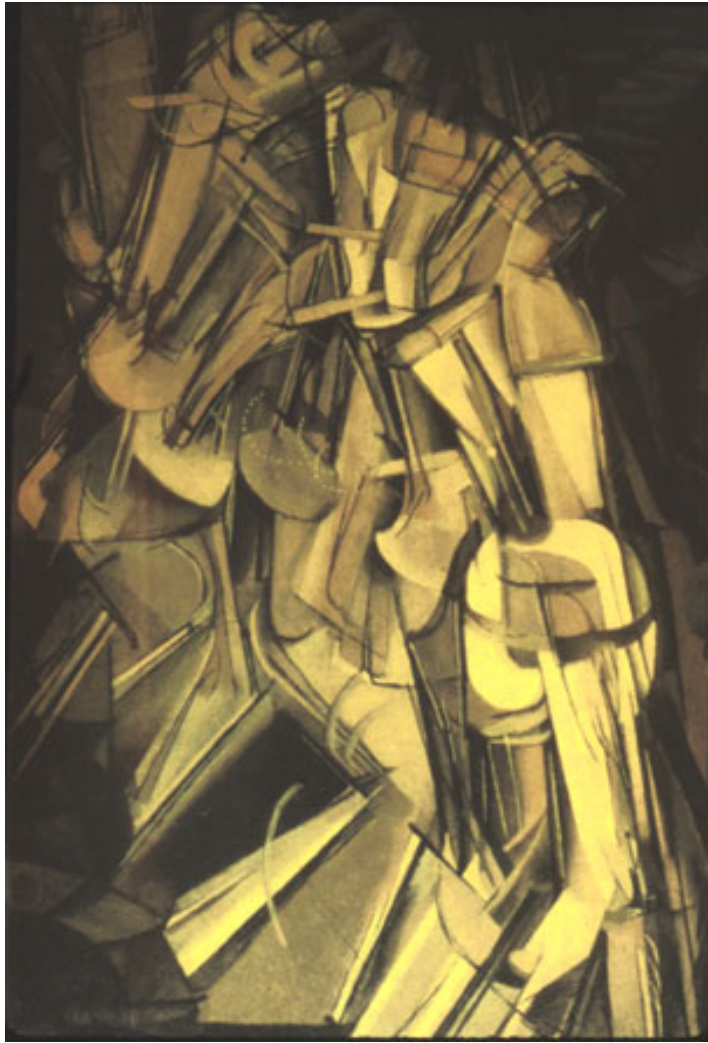
Ένα πράγμα που επηρέασε την τέχνη του 20^{ου} αιώνα ήταν η επιστημονική επανάσταση. Η τέχνη και η επιστήμη ήταν έτοιμες για καινούργιες ιδέες για το διάστημα και τον χρόνο. Οι μη Ευκλείδειες γεωμετρίες του Bolyai, Lobachevski και Riemann, καθώς

επίσης και η θεωρία του Einstein για την σχετικότητα, επηρέασαν γενικά την τέχνη.

Η ανακάλυψη της φωτογραφικής μηχανής επηρέασε την αναπαράσταση και τον ρεαλισμό, έτσι η ζωγραφική έγινε πιο αφαιρετική. Γιατί να ζωγραφίζεις την πραγματικότητα αφού με ένα φλας της μηχανής την αποτυπώνεις τέλεια;

Η τέταρτη διάσταση: Πολύς ενθουσιασμός υπάρχει για την τέταρτη διάσταση στις αρχές αυτού του αιώνα, αλλά σήμαινε διαφορετικά πράγματα για διαφορετικούς ανθρώπους.

Ο χρόνος θεωρείτο ως τέταρτη διάσταση. Το χρώμα έχει περιγραφεί ως τέταρτη διάσταση. Για μερικούς καλλιτέχνες η τέταρτη διάσταση εμφανίζεται ως μεταφορικό μέσο για την απελευθέρωση της γραμμικής προοπτικής. Για μερικούς φιλόσοφους ήταν μια φυσική πραγματικότητα στην οποία έχουμε περιορισμένη πρόσβαση. Για πολλούς μαθηματικούς η τέταρτη διάσταση απλά σημαίνει 4 κάθετους άξονες.



Duchamp: Nude Descending a Staircase 1912

Ο υπερκύβος : Ένα τεσσάρων διαστάσεων αντικείμενο είναι ο υπερκύβος. Ο υπερβολικός κύβος μπορεί να δημιουργηθεί από 8 κύβους όπως ο κανονικός κύβος μπορεί να δημιουργηθεί από 6 τετράγωνα.

Fig. 14. Salvador Dali, *Corpus Hypercubicus* (The Crucifixion), oil on canvas, 76½ × 48¾ in, 1955. (Metropolitan Museum of Art, gift of Chester Dale Collection)



Εδώ ο Salvador Dali, 1955, χρησιμοποιεί ένα ξεδιπλωμένο υπερβολικό κύβο ως σταυρό.

Κυβισμός: Ο όρος κυβισμός προήλθε από τον πιο κάτω πίνακα, όταν ο κριτικός τέχνης Vauxcelles είδε αυτόν τον πίνακα είπε ότι μοιάζει με ένα σύνολο λίγων κύβων.



Houses near l' Estaque. George Braque, 1908.



Cezanne: Rocky Landscape at Aix, 1887



Pablo Picasso. Girl with a boat, 1938

Αναλυτικός κυβισμός:

562. METZINGER: *Tea Time*, 1911. Panel, 29 $\frac{3}{4}$ x 27 $\frac{3}{8}$ ". Philadelphia Museum of Art, Arensberg Collection.



Tea time, 1911 “Mona Lisa with a teaspoon”

Η απώλεια της προοπτικής: Τον 20^ο αιώνα ένας καλλιτέχνης θα έλεγε ότι αυτό είναι ένας πίνακας ζωγραφικής και όχι παράθυρο.

Κονστρουκτιβισμός: Ο Κονστρουκτιβισμός είναι πολύ δημοφιλής στους Ρώσους καλλιτέχνες.



Picasso: Still life with chair, 1911-12



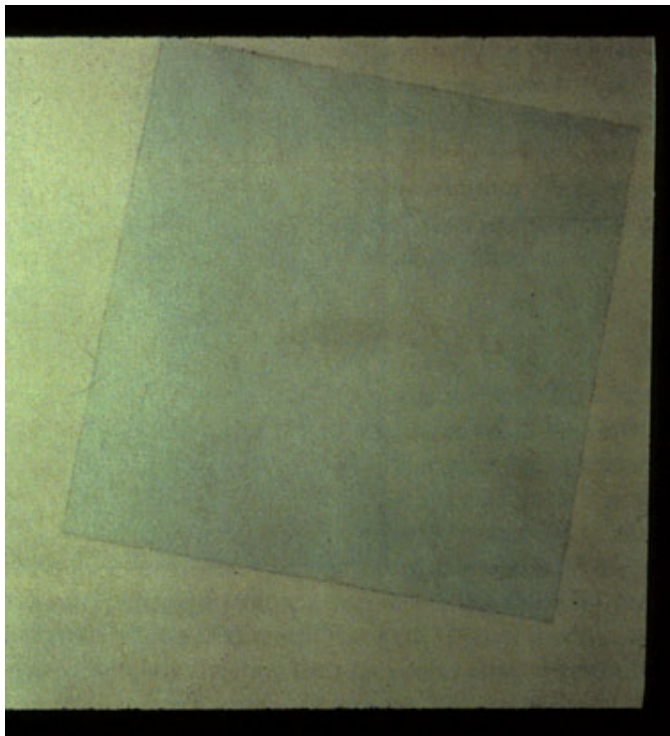
Antoine Pevsner: Torso, c. 1925

Suprematism: Η τέχνη της υπεροχής

Επιπρόσθετα προς την καλλιτεχνική επανάσταση του κυβισμού και της επιστημονικής επανάστασης, ήταν και οι πολιτικές αναταραχές μετά τον πρώτο παγκόσμιο πόλεμο. Μετά τον πόλεμο άρχισε η Ρωσική επανάσταση. Κτισμένο πάνω στον κυβισμό και τον Φουτουρισμό το κίνημα αυτό ονομάζεται Suprematism. Οι πίνακες αυτού του κινήματος βασίζονται στην αυστηρή σύνθεση, τα επίπεδα χρώματα και τα γεωμετρικά σχήματα. Απλή τέχνη για να συμβολίσει την σειρά και την αρμονία της καινούργιας εποχής.



Kasimir Malevich, Samovar, 1913

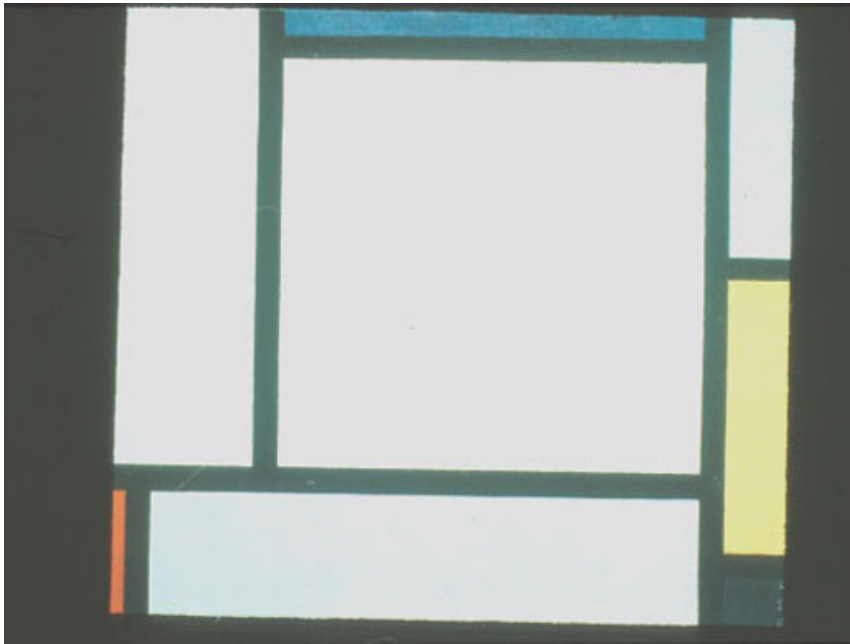


Kasimir Malevich: White on White, 1918

Κυριότερος εκπρόσωπος του Suprematism είναι ο Kasimir Malevich. Ο τρόπος σκέψης του καλλιτέχνη είναι καθαρά γεωμετρικός. Ένας από τους μελετητές του Malevich είναι ο Dr. Milner ο οποίος ανακάλυψε ένα σύνθετο **grid** πίσω από τα έργα του Malevich. Το grid βασίζεται σε μια αρχαϊκή ρωσική μονάδα μέτρησης, το arshin το οποίο μετρικά ανταποκρίνεται στον αριθμό 71,12 cm. Ένα arshin χωρίζεται σε 16 vershok και αυτό το μη μετρικό σύστημα μέτρησης επιτρέπει τα σύνθετα σχήματα, τα οποία ο τελικώς καταλήγουν σε μια δημοφιλή νόρμα την χρυσή τομή, την τέλεια αναλογία. Η δουλειά του Malevich προσθέτει την σύνθετη ανάλυση της δουλείας του με νόμους της γεωμετρίας.

Σχόλιο [u3]: Μήπως μεταφράζεται πλέγμα;

Piet Mondrian: Τα πρώτα έργα του Piet Mondrian είναι επηρεασμένα από τον κυβισμό, αλλά σταδιακά τα έργα του γίνονται πιο αφαιρετικά. Δημιουργώντας απόλυτα γεωμετρικά σχήματα. Στους πίνακες του υπάρχει απλά γεωμετρικά σχήματα όχι φυσικούς τύπους, επίπεδα σχήματα χωρίς προοπτική. Καθαρά πρωτογενή χρώματα, ορθογώνια μοντέλα.



Mondrian: Composition, 1933

III: ΤΕΧΝΗ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΥΛΙΚΟΥ.

Πιθανά η χρήση εικαστικών εικόνων μπορεί να βοηθήσει στην διδασκαλία και στην καλύτερη κατανόηση της γεωμετρίας και της άλγεβρας.

Ο Mike Fields, καθηγητής Μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο του Houston, έχει δημιουργήσει ένα πρόγραμμα στο computer με το όνομα prism (Program for the Interactive Study of Maps). Χαρακτηριστικά, τα σχέδια που κατασκευάζονται χρησιμοποιώντας το prism είναι πλούσια σε συμμετρικότητα. Κατασκεύασε αυτό το πρόγραμμα πιστεύοντας ότι αυτό το πρόγραμμα θα βοηθήσει στη διδασκαλία και το σχεδιασμό των μαθηματικών. Σύμφωνα λοιπόν με την έρευνα του, σκοπός του ήταν να εκθέσει στους φοιτητές του μαθηματικές έννοιες χρησιμοποιώντας οπτικές και σχεδιαστικές ικανότητες. Πράγματι πολλοί από τους φοιτητές του φοβήθηκαν και μόνο με την ιδέα ότι θα έκαναν μαθηματικά, πόσο μάλλον όταν θα έκαναν μαθηματικά μέσω computer. Η έννοια της γεωμετρίας υπερτονίστηκε. Μετά το πέρας του μαθήματος οι φοιτητές θα έπρεπε να είναι σε θέση να αναγνωρίζουν και να σχεδιάζουν συμμετρικά σχήματα, τον κατοπτρισμό, την μετατόπιση, την περιστροφή καθώς επίσης και να αναγνωρίζουν συμμετρίες στα πολύεδρα.

Σχόλιο [u4]: Κάποια αναφορά

Όντως οι φοιτητές κατάφεραν με ευκολία να σχεδιάσουν συμμετρικά μοτίβα, ακόμα και να κατασκευάσουν στερεά. Για παράδειγμα κάποιοι από τους φοιτητές κατάφεραν να σχεδιάσουν ακόμα και κανονικά δωδεκάεδρα. Ειπώθηκε στους φοιτητές η διαφορά των διαφόρων τύπων συμμετρίας από μια μαθηματική και σχεδιαστική οπτική γωνία. Κατά τη γνώμη του ερευνητή η τάξη έφυγε με θετική άποψη για τα μαθηματικά και ήξεραν τι έπρεπε να κάνουν. Συγκεκριμένα οι φοιτητές εκτίμησαν την έννοια της συμμετρίας, έμαθαν επίσης για μαθηματικά και computers με ελάχιστη δυσκολία. Εν ολίγοις έμαθαν πολλά πράγματα που θεωρούσαν πολύ πέραν των ικανοτήτων τους και πέρασαν και ευχάριστα!

Στην πραγματικότητα, αυτό σήμαινε ότι η χρήση πρακτικών εφαρμογών στα γυμνάσια και λύκεια θα σήμαινε την καλύτερη κατανόηση της άλγεβρας και της γεωμετρίας. Θα ήταν ενδιαφέρον ακόμα και για τους μαθητές που την ώρα του μαθήματος

ζωγραφίζουν! Τα μαθηματικά θα πρέπει να παρουσιάζονται πιο φιλικά και συναρπαστικά.

Κατά τον S. Jan Abas (Καθηγητή πληροφορικής στο Πανεπιστήμιο της Ουαλίας), τα ισλαμικά μοτίβα θα μπορούσαν κι εκείνα να αποτελέσουν υλικό για την διδασκαλία της συμμετρίας σε όλα τα επίπεδα. Τα παιδιά από την νηπιακή ηλικία αρέσκονται στο να ζωγραφίζουν μοτίβα ακόμα και από την ηλικία των 3-4. Στο πανεπιστημιακό επίπεδο μπορούν χρησιμοποιηθούν για τη διδασκαλία της γεωμετρίας.

Φαίνεται λοιπόν καθαρά ότι η διδασκαλία της γεωμετρίας μέσω εικαστικών εικόνων και έργων τέχνης, βοηθά όχι μόνο στην καλύτερη κατανόηση της γεωμετρίας που είναι κυρίως μια οπτική επιστήμη αλλά επίσης είναι και ένας εναλλακτικός τρόπος διδασκαλίας ο οποίος προφανώς θα είναι και πιο ευχάριστος και πιο πληροφοριακός όσον αφορά τα μαθηματικά αλλά και την τέχνη. Δικαιωματικά λοιπόν ισχύει η ρήση ότι η μεγαλύτερη ποίηση είναι στα μαθηματικά.

1. ΓΡΑΜΜΕΣ – ΠΟΛΥΓΩΝΑ ΣΕ ΠΙΝΑΚΕΣ ΜΟΝΤΕΡΝΑΣ ΤΕΧΝΗΣ

Προτεινόμενο επίπεδο: Α' - Β' Γυμνασίου

Διάρκεια μαθήματος: 2 διδακτικές περιόδους

Εισαγωγή: Κατά τη διάρκεια μιας εκρηκτικής περιόδου της Ευρωπαϊκής ιστορίας, δύο καλλιτέχνες, ο Kazimir Malevich και ο Piet Mondrian, άρχισαν να εξερευνούν ένα εντελώς διαφορετικό τρόπο ζωγραφικής. Το 1914, ο Α' Παγκόσμιος Πόλεμος ξέσπασε στην Ευρώπη και ακολούθως το 1917 η Οκτωβριανή επανάσταση. Ένα πέπλο πολέμου απλώθηκε στην Ευρώπη. Το Παρίσι που ήταν το κέντρο της avant garde τέχνης έγινε απροσπέλαστο από τους καλλιτέχνες. Ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο, ο Malevich και ο Mondrian άρχισαν να πιστεύουν ότι ο Κυβισμός και ο Φουτουρισμός ήταν πολύ περιοριστική. Ζώντας στη Ρωσία και την Ολλανδία αντίστοιχα ανέπτυξαν δύο διαφορετικές μεθόδους ζωγραφικής χωρίς φιγούρες. Ζωγράφιζαν το άγνωστο και αυτό επεδίωκαν.

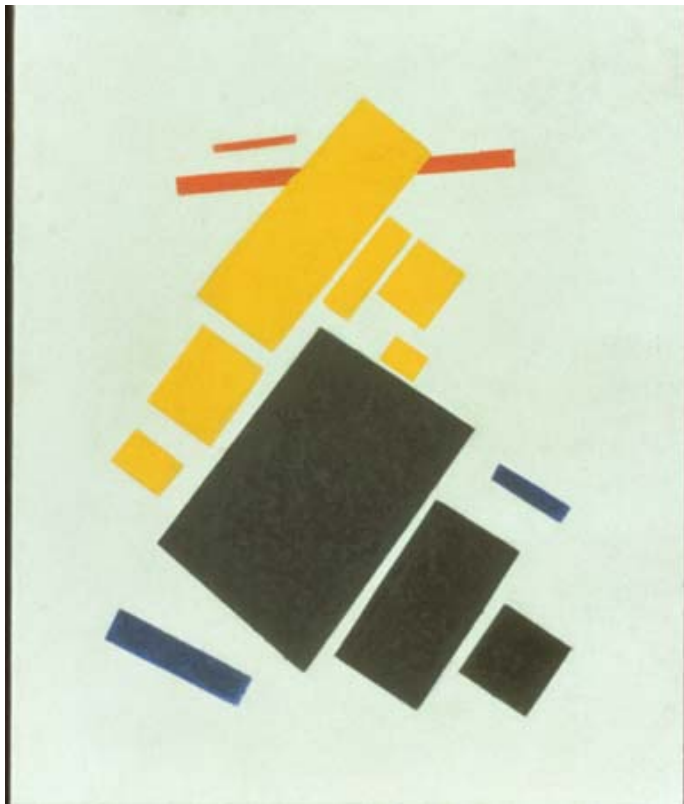
Στόχοι του μαθήματος:

- Οι μαθητές να γνωρίσουν τους δύο καλλιτέχνες, τον Kazimir Malevich και τον Piet Mondrian, που εφηύραν καινούργιους τρόπους ζωγραφικής.
- Συγκρίνοντας τους δύο καλλιτέχνες, οι μαθητές θα δουν πώς οι δύο καλλιτέχνες χρησιμοποιούσαν τα σχήματα, τις γραμμές, τη σύνθεση, το χρώμα.

Εισαγωγική συζήτηση:

- Να ρωτηθεί η τάξη για τον ορισμό της έννοιας, «μοντέρνο». Τι κατά την γνώμη τους είναι ένας μοντέρνος καλλιτέχνης;
- Να ρωτηθεί η τάξη για τις επιλογές που έχουν οι καλλιτέχνες ως προς το χρώμα, τα σχήματα, την κλίμακα που χρησιμοποιούν όταν δημιουργούν ένα πίνακα.
- Ρωτήστε τους μαθητές τί είναι αυτό που κάνει δύο γραμμές κάθετες και να ορίσουν τους όρους τετράπλευρο, ορθογώνιο, τετράγωνο.

Συζήτηση πάνω στον πίνακα: Αρχίστε με το να κοιτάξετε τον πίνακα του Kazimir Malevich “Airplane Flying”. Μην τους πείτε το όνομα του πίνακα ακόμη.



- Βάλτε τους μαθητές σας να σκεφτούν τις καλλιτεχνικές επιλογές του Malevich. Τι είδους σχήματα βλέπουν στον πίνακα?
- Ρωτήστε τους μαθητές πώς τα σχήματα συνδέονται μεταξύ τους στην σύνθεση. Είναι κάθετα, διαγώνια; Πόσος χώρος υπάρχει μεταξύ των σχημάτων;
- Ρωτήστε τους μαθητές τι είδους σχήματα χρησιμοποίησε ο Malevich.

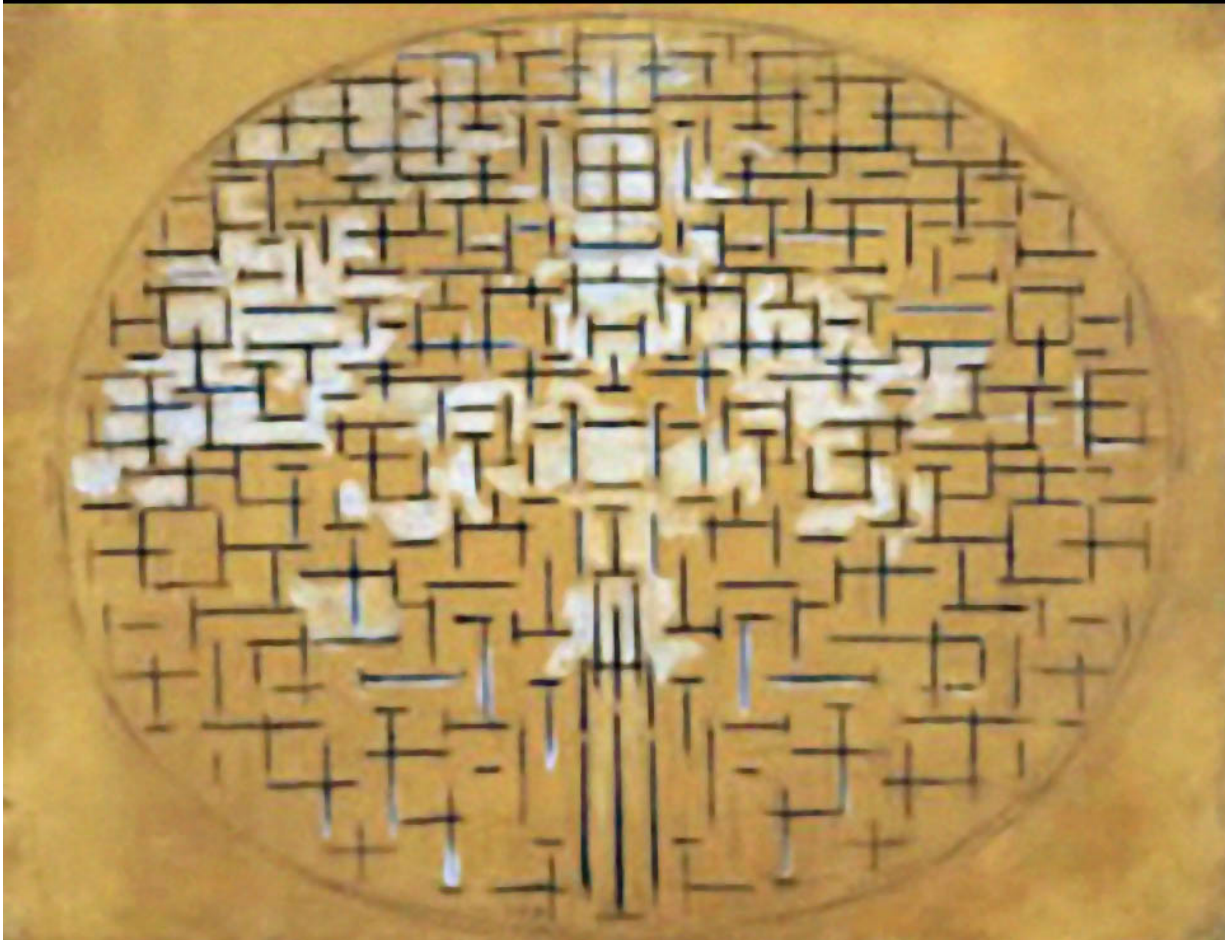
Τώρα πείτε τους τον τίτλο του πίνακα

- Ζητήστε τους να περιγράψουν πώς είναι να πετάς ένα αεροπλάνο.

- Ζητήστε τους να περιγράψουν πώς είναι να κοιτάξεις έξω από το παράθυρο ενός αεροπλάνου.

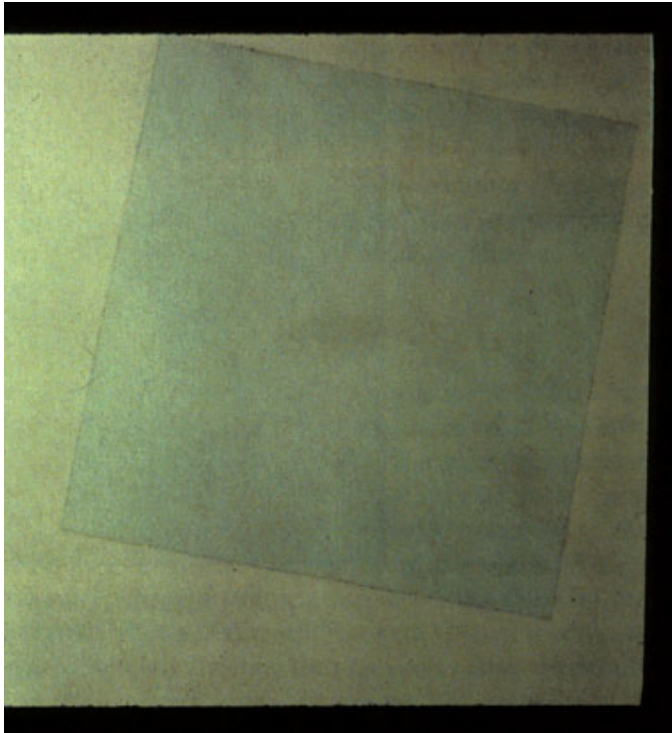
Τώρα ζητήστε να δουν τον πίνακα του Mondrian "Pier and Ocean". Μην τους πείτε τον τίτλο αμέσως. Ρωτήστε τί καλλιτεχνικές επιλογές έκανε ο καλλιτέχνης. Τί είδους γραμμές και σχήματα, βλέπουν και τί χρώματα. Ζητήστε από τους μαθητές να συγκρίνουν τους δύο καλλιτέχνες.

臺灣大學網路藝術之西洋名畫欣賞



Ο πίνακας "Pier and Ocean". υπονοεί ένα τοπίο και μάλιστα μιας πεδιάδας, της πατρίδας του της Ολλανδίας όπου η θάλασσα, η γη και ο ουρανός σμίγουν πολύ αρμονικά κι αυτό πιθανότατα να τον ενέπνευσε. Αυτός ο πίνακας περιέχει κάθετες και οριζόντιες γραμμές. Θεωρούσε ότι οι κάθετες γραμμές είναι το «αρσενικό» και οι οριζόντιες το «θηλυκό». Θεώρησε ότι αυτό το καρτεσιανό σύστημα είναι ουσιώδες στη φύση, όπως είναι τα δέντρα με τη γη.

Στη συνέχεια παρουσιάστε στους μαθητές τον πίνακα του Malevich "White on White". Εάν το εσωτερικό τετράγωνο τοποθετείτο στο κέντρο του πίνακα, αυτό θα άλλαζε τον τρόπο που θα έβλεπαν τον πίνακα; Τι χρώματα χρησιμοποίησε; Από πού επηρεάστηκε; (από τις επιστημονικές έρευνες της εποχής για το διάστημα)



Malevich "White on White".

2. TA TANGRAMS

Τάξεις: Α' - Β' - Γ' Γυμνασίου

Α' Γυμνασίου:

- Ιστορική αναφορά
- Κατασκευή Tangrams

Β' Γυμνασίου:

- Ιστορική αναφορά.
- Κατασκευή Tangrams.
- Εύρεση βασικών γεωμετρικών σχημάτων.

Γ' Γυμνασίου:

- Ιστορική αναφορά.
- Κατασκευή Tangrams.
- Εύρεση βασικών γεωμετρικών σχημάτων
- Εύρεση εμβadόν και ισεμβadικών σχημάτων, εμβadόν τριγώνου, τετραγώνου, παραλληλογράμμου, ορθογωνίου.

Tangrams: Το Tangram είναι ένα αρχαίο, μοναδικό Κινέζικο puzzle που αποτελείται από 7 γεωμετρικά κομμάτια: Ένα τετράγωνο, 5 τρίγωνα και ένα παραλληλόγραμμο. Από τα 5 τρίγωνα, υπάρχουν 2 μεγάλα, δύο μικρά και ένα μεσαίου μεγέθους. Το μεγάλο τρίγωνο έχει διπλάσιο εμβadόν από το μεσαίο τρίγωνο. Το μεσαίο τρίγωνο, το τετράγωνο και το παραλληλόγραμμο έχει το καθένα διπλάσιο εμβadόν από το μικρό τρίγωνο. Τα τρίγωνα είναι ισοσκελή ορθογώνια και το παραλληλόγραμμο περιέχει τις γωνιές 45° και 135° . Η σχέση μεταξύ των σχημάτων είναι τέτοια ώστε επιτρέπει να ταιριάζουν ακριβώς και να δημιουργούν διάφορα σχήματα.

Η ιστορία του Tangram: Το Tangram είναι πάνω από 4.000 χρόνων. Παρόλα αυτά υπάρχουν διάφορες ενδιαφέρουσες ιστορίες για το πώς χρησιμοποιήθηκε. Μια ιστορία λέει ότι ένα μεγάλο κομμάτι γυαλί παραγγέλθηκε από ένα βασιλιά. Όταν λοιπόν αυτό το μεγάλο τετράγωνο κομμάτι γυαλί μεταφερόταν στο κάστρο του βασιλιά, έπεσε και όλως παραδόξως δεν έγινε θρύψαλα αλλά

κόπηκε σε 7 γεωμετρικά σχήματα. Όταν προσπάθησαν να συναρμολογήσουν τα κομμάτια, βρήκαν ότι μπορούσαν να φτιάξουν και άλλα σχήματα. Πήγαν λοιπόν στο κάστρο και παρουσίασαν τα 7 κομμάτια στο βασιλιά.

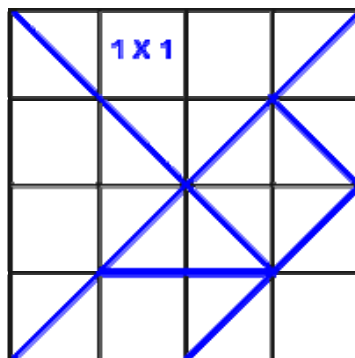
Ο βασιλιάς ενθουσιάστηκε με το γυάλινο puzzle. Η αρχαιότερη αναφορά του Tangram είναι σε βιβλίο του 1813 μ. Χ.

Τα puzzle γενικά θεωρούνταν παιχνίδια για γυναίκες και παιδιά. Έτσι δεν θεωρείτο άξιο προσοχής. Στη δύση έγινε γνωστό τον 19^ο αιώνα στους ναυτικούς που ασχολούνταν με το εμπόριο στην Κίνα.

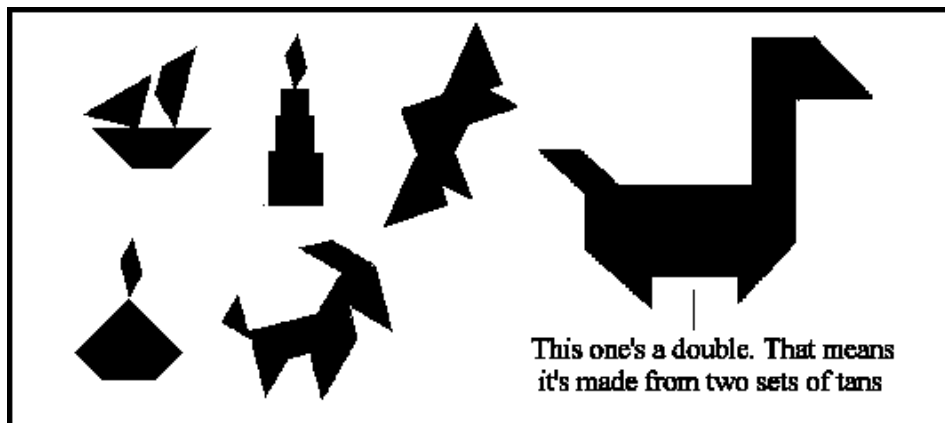
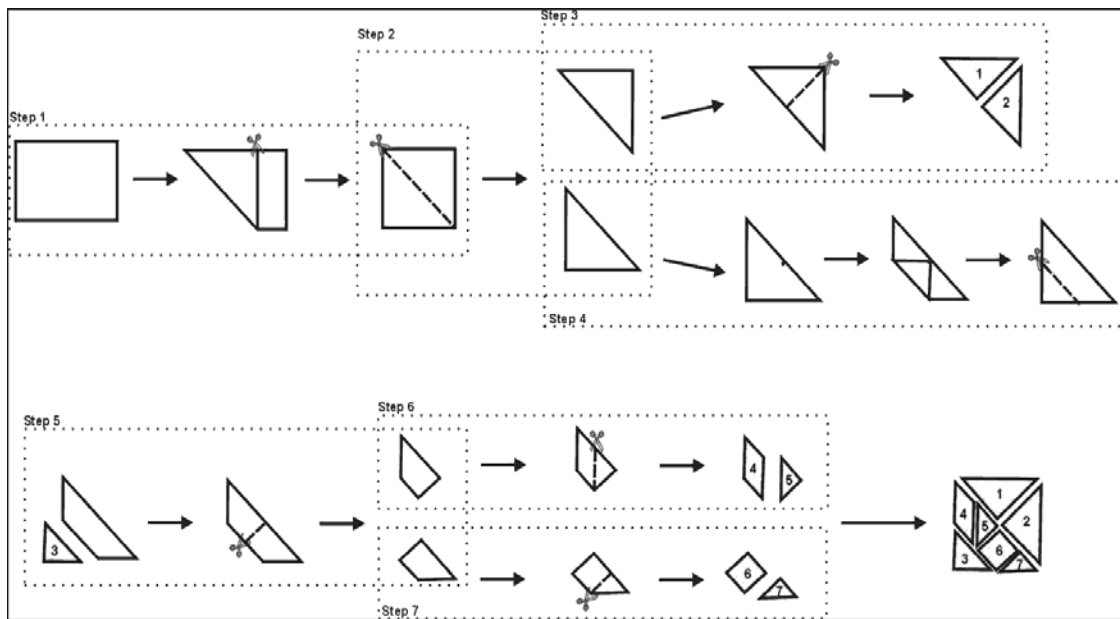
Τα Tangram σήμερα: Αυτοί που ενδιαφέρονται για τα μαθηματικά σήμερα, το απολαμβάνουν για την γεωμετρία και τις αναλογίες του. Στα παιδιά αρέσει γιατί είναι μια ελεύθερη δραστηριότητα και δεν υπάρχει σωστή ή λάθος λύση.

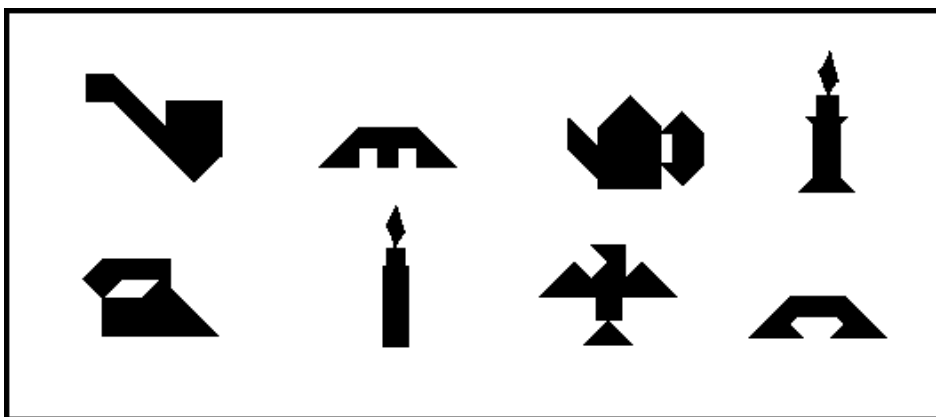
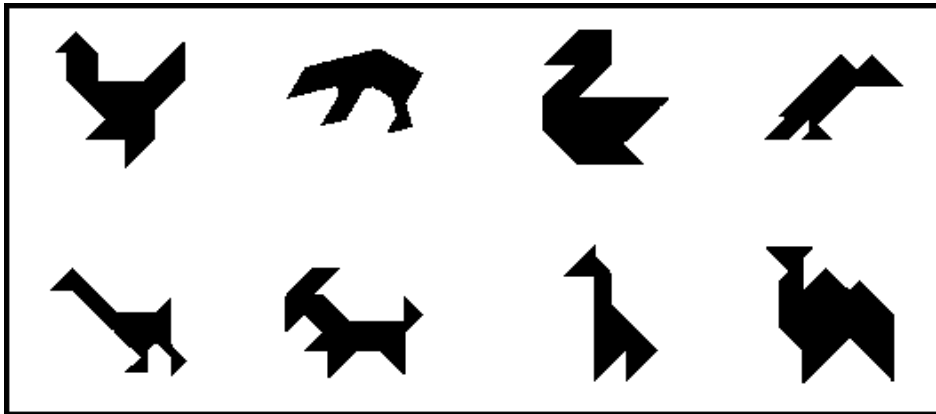
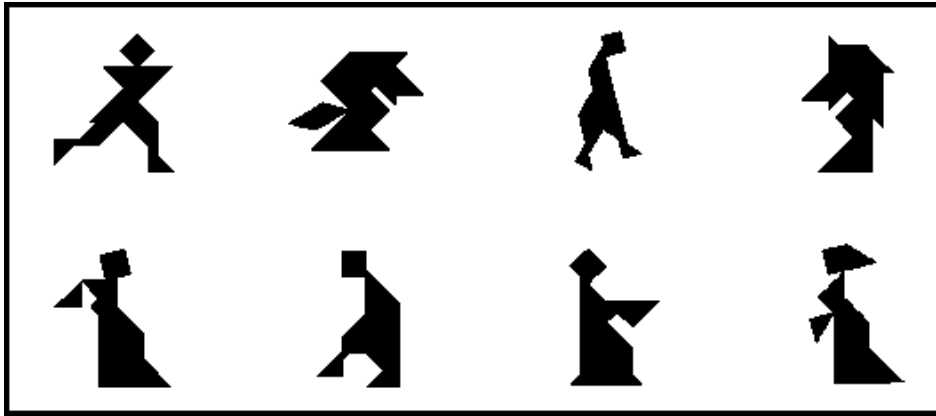
Οι κανόνες του παιχνιδιού είναι οι εξής:

- όλα τα κομμάτια χρησιμοποιούνται
- όλα τα κομμάτια είναι στο ίδιο επίπεδο
- όλα τα κομμάτια πρέπει να ακουμπούν το ένα το άλλο
- τα κομμάτια δεν θα πρέπει να καλύπτουν το ένα το άλλο



Οδηγίες κατασκευής





3. ΑΡΧΑΙΑ ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΗ ΤΕΧΝΗ

Προτεινόμενο επίπεδο: Γ' Γυμνασίου

Χρόνος διδασκαλίας: μια διδακτική περίοδος

Εισαγωγή: Η γεωμετρία συχνά θεωρείται ως ένα σύστημα αξιωμάτων και λογική που αφορά τα σχήματα, γραμμές και επίπεδα. Οι μαθητές όμως συχνά σπάνια αντιλαμβάνονται γιατί δημιουργήθηκε, από που ξεκίνησε και πώς επεκτείνεται σε άλλους τομείς του ανθρώπινου ενδιαφέροντος. Σκεφτόμενος κάποιος τις γεωμετρικές ιδιότητες των έργων τέχνης, όπως το τριγωνικό σχήμα ενός προσώπου ή το τετράγωνο σχήμα ενός χτιρίου, αυτό μπορεί να οδηγήσει στην καλύτερη κατανόηση των φυσικών αντικειμένων όπως επίσης και των πολιτισμών που τα κατασκεύασαν.

Για παράδειγμα για τους Μεσοαμερικάνους, ένα ελικοειδές σε μια πέτρα ήταν σύμβολο ανακούφισης. Όταν το ελικοειδές έπαιρνε την μορφή ενός φιδιού αυτό συμβόλιζε το νερό.

Αυτό το μάθημα είναι σχεδιασμένο, να βοηθήσει τους μαθητές να μάθουν γεωμετρικές ιδιότητες κοιτάζοντας πως οι αρχαίοι Αμερικάνοι καλλιτέχνες τις χρησιμοποιούσαν.

Σκοποί του μαθήματος:

- Να διερευνηθεί η σχέση μεταξύ της γεωμετρίας και της αρχαίας αμερικανικής τέχνης.
- Να μάθουν να αναγνωρίζουν ιδιότητες σε συγκεκριμένα έργα και να κατανοούν πώς αυτές οι ιδιότητες συνεισφέρουν στην τέχνη.
- Εικόνες, φωτογραφίες και άλλο υλικό για την αρχαία Ινδιάνικη τέχνη της Αμερικής, μπορείτε να βρείτε στο Site Elizabeth Stone Robson Teacher Resource center.

Διαδικασίες:

- Να ρωτηθούν οι μαθητές τί γεωμετρικές ιδιότητες και ποιών σχημάτων είδαν στη τέχνη αυτή (π.χ σχήμα, οριζόντιες, κάθετες γραμμές, διαγώνιες, ρυθμός, συμμετρία)
- Να ζητηθεί από τους μαθητές να επιλέξουν ένα αντικείμενο αυτής της τέχνης από το διαδύκτιο και να το αναλύσουν ως προς τις γεωμετρικές τους ιδιότητες και να συνδέσουν τις

ιδιότητες αυτές με τη λειτουργία του αντικειμένου που διάλεξαν.

Αξιολόγηση: Να βασίσετε την αξιολόγησή σας στην συμμετοχή στη συζήτηση στην τάξη και την ποιότητα της εργασίας που θα παραδώσουν.

Πληροφορίες για την αρχαία αμερικανική τέχνη στη σελίδα:
<http://www.artic.edu>



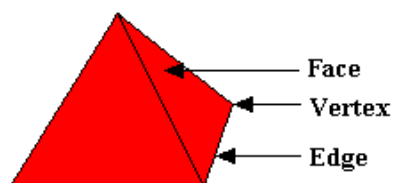


4. ΠΟΛΥΕΔΡΑ

Προτεινόμενο επίπεδο: Γ' Γυμνασίου

Χρόνος διδασκαλίας: 1 διδακτική περίοδος

Πολύεδρο είναι το γεωμετρικό σχήμα το οποίο είναι μια τρισδιάστατη αναπαράσταση ενός επίπεδου πολύγωνου. Είναι ένα πεπερασμένο σύνολο πολύγωνων ενωμένων μεταξύ τους με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε πλευρά του πολυγώνου να ενώνεται ακριβώς με την πλευρά του άλλου πολυγώνου.



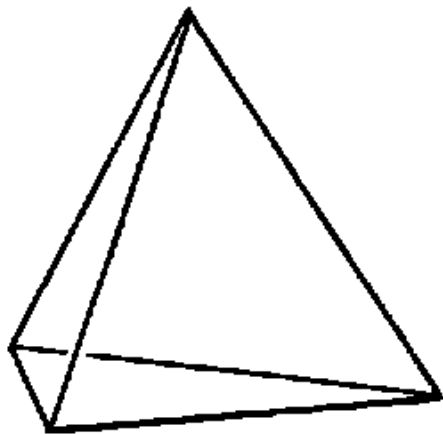
Η μελέτη των πολυέδρων ήταν πολύ δημοφιλής στους Έλληνες γεωμέτρες πριν ακόμα από τον Πλάτωνα. Το 1640 ο Rene Descartes, Γάλλος φιλόσοφος και μαθηματικός παρατήρησε τον πιο κάτω τύπο. Το 1752 ο Leonard Euler, ένας Ελβετός μαθηματικός ανακάλυψε ξανά τον τύπο αυτό και τον χρησιμοποίησε.

$$V - E + F = 2,$$

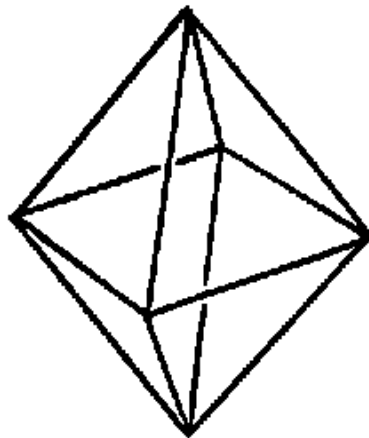
V = αριθμός των κορυφών
 E = αριθμός των ακμών
 F = αριθμός των εδρών

Ο τύπος ισχύει μόνο για τα κανονικά πολύεδρα δηλαδή αυτών που οι έδρες τους είναι κανονικά πολύγωνα.

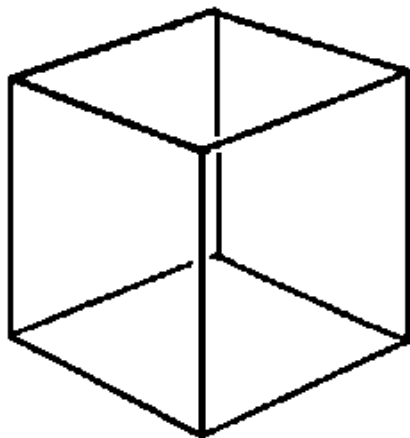
Αυτά ονομάζονται πλατωνικά στερεά και είναι τα ακόλουθα: ο κύβος, το τετράεδρο, το εξάεδρο, το οχτάεδρο, το δωδεκάεδρο και το εικοσάεδρο.



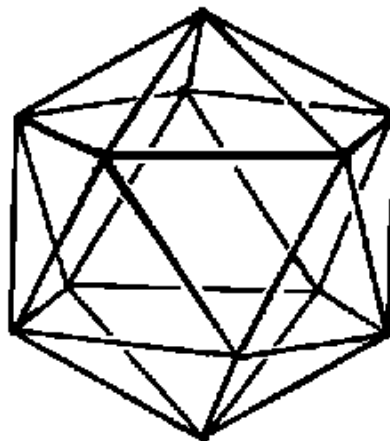
τετράεδρο 4 έδρες
ισόπλευρα τρίγωνα



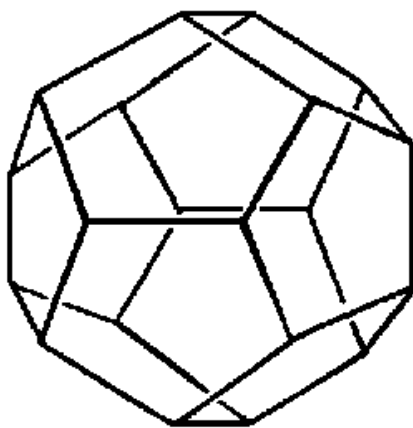
οχτάεδρο 8 έδρες
ισόπλευρα τρίγωνα



εξάεδρο 6 έδρες τετράγωνες



20 έδρες ισόπλευρα τρίγωνα



δωδεκάεδρο 12 έδρες πεντάγωνα

Ερώτηση στην τάξη: Μπορείς να εξακριβώσεις για τα πιο πάνω σχήματα ότι ισχύει ο τύπος του Euler?

Παράδειγμα στην τάξη: Ο κύβος έχει 8 κορυφές, 6 έδρες και 12 ακμές άρα

$$8+6-12=2$$

Όλα τα πλατωνικά στερεά μπορούν να βρεθούν στη φύση. Ο κύβος, το τετράεδρο, το οχτάεδρο μπορούν να βρεθούν στους κρυστάλλους, ενώ το δωδεκάεδρο και το εικοσάεδρο μπορούν να εντοπιστούν σε συγκεκριμένους ιούς. Δωδεκάεδρα είναι οι μπάλες του ποδοσφαίρου.

5. ΓΡΑΜΜΕΣ

Προτεινόμενο επίπεδο: Α' Γυμνασίου

Χρόνος διδασκαλίας: 1-2 διδακτικές περιόδους

Στόχοι του μαθήματος: Η έννοια και η σημασία των γραμμών με παραδείγματα από την τέχνη και οι σχέσεις μεταξύ των γραμμών. Εισαγωγή της έννοιας της καθετότητας και της παραλληλίας.

Εισαγωγή: Οι καλλιτέχνες χρησιμοποιούν συχνά τις γραμμές με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Από την Ιταλία στην Ιαπωνία μέχρι την Αφρική και την Αμερική, υπάρχουν διαφορετικοί τρόποι της χρήσης των γραμμών. Έτσι οι καλλιτέχνες μπορούν να δημιουργήσουν διαφορετικά έργα τέχνης. Κατά την Αναγέννηση οι μαθηματικοί και οι καλλιτέχνες ανέπτυξαν την γραμμική προοπτική, μια μέθοδο ζωγραφικής που επιτρέπει στους καλλιτέχνες να δημιουργήσουν μια τρισδιάστατη εικόνα σε μια επίπεδη επιφάνεια. Στην Ιαπωνία κατά την περίοδο Edo (1603-1867) οι καλλιτέχνες χρησιμοποιούσαν διαγώνιες γραμμές για να δώσουν στην τέχνη τους την αίσθηση της ισορροπίας. Η συμμετρία στην τέχνη σήμαινε για τους Ιάπωνες στασιμότητα και θάνατο ενώ η ασυμμετρία ενέργεια και ζωή.



Ο πίνακας Nativity είναι ένα έργο της Αναγέννησης με προοπτική. Η γραμμική προοπτική δημιουργείται από συγκλίνοντες γραμμές. Οι γραμμές συγκλίνουν προς το Χριστό. Σε αυτόν τον πίνακα μπορούμε να

δούμε προοπτικές γραμμές και χρυσές τομές καθώς επίσης και 2 τετράγωνα, το ένα δίπλα στο άλλο. Τα 3 τμήματα που χωρίζονται από τους στύλους χωρίζουν τον πίνακα σε ουρανό και γη. Υπάρχουν 2 οριζόντιες αναλογίες σχετικά με το πλαίσιο όπου βρίσκω τον Χριστό, την Μαρία και τα ζώα σε αναλογία χρυσής τομής.

1. Ποίο σχήμα χρησιμοποίησε ο καλλιτέχνης στον πίνακα αυτόν; (τα τρίγωνα)
2. Πώς αυτός ο πίνακας χρησιμοποιεί την συμμετρία; Αν ήταν φωτογραφία πώς θα ήταν;

2ο παράδειγμα



Αυτός ο πίνακας ονομάζεται «Φεύγοντας για το Kawachi», είναι Ιαπωνικός του Tawaraya Sotatsu, και είναι η εικονική έκφραση ενός ποιήματος και ο πίνακας αυτός κρύβει μια ιστορία. Ο άντρας στην πάνω αριστερή γωνία, είναι παντρεμένος όμως έχει σχέση με μια άλλη γυναίκα στο Kawachi, σε μια γειτονική πόλη. Υποψιάζεται ότι η γυναίκα του, η μορφή στο κάτω μέρος, επειδή δεν την ενοχλεί που φεύγει συχνά ο άνδρας της. Στον πίνακα προσποιείται ότι φεύγει για ταξίδι και μετά κρύβεται ανάμεσα σε χόρτα για να την κατασκοπεύει. Η γυναίκα του στολίζεται και κάθεται στη βεράντα και λέει ένα ποίημα για τον άντρα της και παρακαλεί για την ασφάλειά του. Ο άντρας της συγκινείται από τα αισθήματα της γυναίκας του και ο έρωτας του για αυτήν ανανεώνεται και αποφασίζει να μείνει στο σπίτι του.

Στον πίνακα αυτό ο Ιάπωνας καλλιτέχνης δεν χρησιμοποιεί συμμετρία. Πράγματι οι άνθρωποι, το νερό και τα τμήματα του γρασιδιού βρίσκονται ανά δύο σε ισορροπία από υπονοούμενες διαγώνιες γραμμές. Επιπρόσθετα ο Sotatsu χρησιμοποιεί διαγώνιες γραμμές για να δώσει ενέργεια στο έργο. Ο δυναμικός χώρος μεταξύ του ζευγαριού ενισχύει, τονίζει την συναισθηματική απόσταση μεταξύ του ζευγαριού και υπερτονίζει το δράμα της στιγμής.

Ερωτήσεις:

1. Υπολογίστε τη γωνία του οριζόντιου άξονα και του άντρα-γυναίκας. (60°)
2. Ποιο σχήμα είναι σημαντικό για την αίσθηση του δράματος στον πίνακα; (τρίγωνο)
3. Πόσα ισορροπημένα ζευγάρια μπορείτε να δείτε; (τουλάχιστον 3 άντρας- γυναίκα, γρασίδι κάτω από τον άντρα-γραφίδι στο κάτω δεξιά μέρος, οι 2 πισίνες)

6. ΠΟΛΥΓΩΝΑ

Προτεινόμενο επίπεδο: Β' Γυμνασίου

Χρόνος διδασκαλίας: 1-2 διδακτικές περιόδους

Στόχος του μαθήματος: Η κατανόηση των ιδιοτήτων των πολυγώνων μέσα από πίνακες όπου η χρήση των πολυγώνων είναι κυρίαρχης σημασίας.

Εισαγωγή: Πολλοί καλλιτέχνες χρησιμοποιούν πολύγωνα για διάφορους λόγους. Οι καλλιτέχνες της αναγέννησης συχνά χρησιμοποιούσαν ειδικά πολύγωνα που περιέχουν την χρυσή τομή όπως π.χ. στον πίνακα του Giuliano Bugiardini «Η Παναγία με το Χριστό και τον Άγιο Ιωάννη τον Βαφτιστή» (1520-1522). Η χρήση των πολυγώνων είναι πολύ σημαντική επειδή χρησιμοποιείται για τελετουργίες, οι οποίες δε θα δούλευαν αν δεν ήταν καλά σχεδιασμένα τα πολύγωνα.

Παράδειγμα 1:



Αυτό το ύφασμα του 1900 φτιαγμένο από μαλλί και μετάξι, κατασκευάστηκε στο Μαρόκο. Χρησιμοποιούνται πολλοί ρόμβοι που μοιάζουν με διαμάντι. Οι ρόμβοι θεωρούνται ιεροί αφού πίστευαν ότι διώχνουν το «κακό» μάτι.

Ερωτήσεις:

1. Τί είδους μετασχηματισμοί υπάρχουν στο ύφασμά;
2. Πόσες διαφορετικές εκδοχές του ίδιου μοτίβου μπορείτε να βρείτε;

Παράδειγμα 2:



Αυτή η μάσκα χρησιμοποιείτο για τελετουργίες και είναι ένας συνδυασμός κύκλων και τριγώνων. Η μάσκα είναι σύμβολο ενός πνεύματος ζώου.

Ερωτήσεις:

1. Τί είδους συμμετρία χρησιμοποιείται;
2. Τί είδους σχήματα βλέπετε;

Παράδειγμα 3:



Αυτός ο πίνακας του Giuliano Bugiardini είναι ένας κυκλικός πίνακας. Οι κύκλοι συχνά θεωρούνται σύμβολα προοπτικής του πίνακα και έχουν πνευματικό νόημα, όπως τα χέρια των σχημάτων ενώνονται. Γίνεται η εμφάνιση της μητρότητας σε αυτόν τον πίνακα όπου η Παναγία κρατά όχι μόνο το δικό της παιδί αλλά τείνει το χέρι της και προς το άλλο μωρό επίσης, τον Ιωάννη τον Βαπτιστή. Σε αυτόν τον πίνακα, είναι πιθανό να αναγνωρίσει κάποιος ένα πεντάγωνο, ένα ισοσκελές τρίγωνο του οποίου οι παρά τη βάση γωνίες είναι ίσες με 72° . το κεφάλι της Παναγίας είναι μέσα σε ένα χρυσό τρίγωνο.

Ερωτήσεις:

1. Εάν η ακτίνα του πίνακα είναι 17 in, πόση είναι η περιφέρεια του κύκλου;
2. Ποιο αντικείμενο είναι στο κέντρο του κύκλου;
3. Πιστεύετε ότι η γεωμετρία κάνει τον πίνακα πιο ωραίο;

7. ΟΓΚΟΣ

Προτεινόμενο επίπεδο: Α' - Β' Γυμνασίου

Χρόνος διδασκαλίας: 1-2 διδακτικές περιόδους

Στόχοι του μαθήματος: Η κατανόηση της έννοιας του όγκου μέσα από παραδείγματα πινάκων και γλυπτών

Εισαγωγή:

Παρόλο που ο όγκος αναφέρεται σε 3 διαστάσεις, οι καλλιτέχνες χρησιμοποιούν τον όγκο και στη ζωγραφική και στη γλυπτική.

Ο Fernand Leger, Γάλλος ζωγράφος, ενδιαφερόταν για την όψη της βιομηχανικής εποχής. Στον πίνακα με τίτλο «Άντρας και Γυναίκα» ο Leger χρησιμοποιεί σφαίρες και κυλίνδρους για να αναπαραστήσει τις ανθρώπινες φιγούρες.

Στον πίνακα «Σπίτι στην εξοχή» ο Paul Cezanne, Γάλλος καλλιτέχνης από τα τέλη του 1800 χρησιμοποίησε ογκομετρικές φόρμες για να προβάλει την δομή ενός εξοχικού τοπίου.

Παράδειγμα 1:



Ο διπλανός πίνακας είναι του Fernand Leger (Γαλλία 1881-1955). Ονομάζεται «Φιγούρες άντρα – γυναίκα». Απλοί γκριζοί κύλινδροι αποτελούν τα μέρη του σώματος, άλλοι γεωμετρικοί όγκοι. Με την χρήση γεωμετρικών όγκων ο Leger αντανάκλα το φως στους πίνακες του.

Ερωτήσεις:

1. Τί πληροφορία θα χρειαστείτε για να βρείτε τον όγκο του ποδιού του άντρα;
2. Γιατί τα κόκκινα και λιλά σχήματα δεν είναι πολύγωνα;

Παράδειγμα 2:



Ο πίνακας του Cezanne «Σπίτι στην εξοχή» είναι ένας πίνακας στον οποίο φαίνεται ένα βουνό το οποίο ονομάζεται Mont Sainte- Victoire και βρίσκεται στη Γαλλία. Ο Cezanne σχεδίασε το σπίτι από γεωμετρικά σχήματα όπως ορθογώνια και τρίγωνα. Η γεωμετρικότητα του σπιτιού είναι σε αντίθεση με τη

γεωμετρικότητα του βουνού πίσω.

Ερωτήσεις:

1. Η στέγη του σπιτιού είναι παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο ή και τα δύο;
2. Πως θα μπορούσες να βρεις τον συνολικό όγκο του σπιτιού;

Παράδειγμα 3:

«Δεύτερο βάζο» του αμερικανού γλύπτη Howard Ben Tre, 1989. Αποτελείται από ένα κύλινδρο και μια σφαίρα. Μοιάζει με γλυπτό ή αντικείμενο αρχαίων πολιτισμών. Το μέγεθος του είναι μεγάλο, στο ύψος ενός ανθρώπου. Δεν καταλαβαίνουμε τί παριστάνει αλλά την

ίδια στιγμή είναι οικείο γιατί αποτελείται από απλές και κοινές φόρμες.



Ερωτήσεις:

1. Ονομάστε τα τρία γεωμετρικά σχήματα που αποτελούν το «Δεύτερο βάζο».
2. Ποιός τύπος χρησιμοποιείται για τον όγκο του κυλίνδρου;

8. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ FRACTALS

Προτεινόμενο επίπεδο: Γ' Λυκείου

Χρόνος διδασκαλίας: 1-2 διδακτικές περιόδους

Τίτλος μαθήματος: Τι είναι τα Fractals και γιατί να τα μελετήσουμε.

Στόχοι του μαθήματος:

- Να διερευνηθούν καταστάσεις και μοτίβα.
- Να γίνουν παραδείγματα καταστάσεων που συνέβαλαν στην ανάπτυξη των μαθηματικών.
- Να αναγνωριστεί η χρήση των μαθηματικών εκτός τάξης.

Τίτλοι που θα χρησιμοποιηθούν:

- Κώδικες του Mandelbrot. Τα Fractals εκπροσωπούν μια νέα γεωμετρία που αντικατοπτρίζει το σύμπαν.
- Κώδικες από τα Fractals, μοτίβα χάους.
- Ορισμός του Fractal (γραφικές παραστάσεις μη γραμμικών συναρτήσεων).

Εισαγωγή: Fractal είναι ένα κλασματικό γεωμετρικό σχήμα το οποίο μπορεί να υποδιαιρεθεί σε κομμάτια καθένα από τα οποία είναι μια μικρογραφία του όλου. Ο ορισμός αυτός δόθηκε από τον Benoit Mandelbrot το 1975 και προήλθε από την λατινική λέξη Fractus που σημαίνει σπασμένο ή κλασματικό.

Ιστοσελίδες που μπορούν να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές:

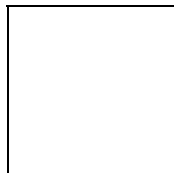
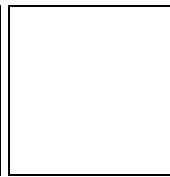
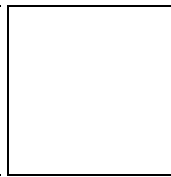
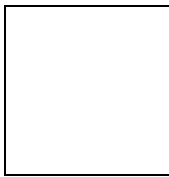
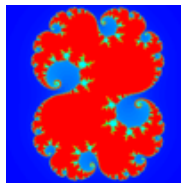
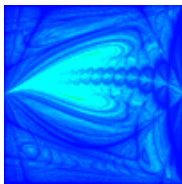
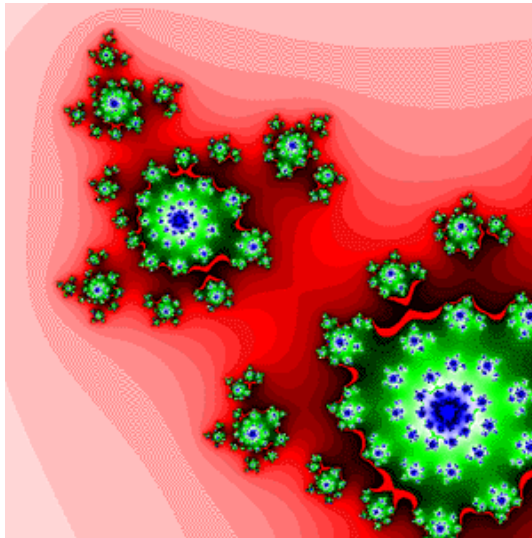
<http://sprot.physics.wisc.edu/fractals.htm>

<http://www.rpi.edu/~eglash/eglash.dir/fsketch.htm>

Posters φωτογραφιών: Sierpinski, Mandelbrot, Koch

Δραστηριότητες: Εξερευνούμε και παίζουμε ιδέες για τα Fractals γιατί:

1. Είναι κάτι καινούργιο στα μαθηματικά.
2. Στην Γ' λυκείου έχουμε αρκετές γνώσεις κι έτσι μπορούμε να κατανοήσουμε πολλές έννοιες.
3. Τα Fractals συχνά μοιάζουν με αντικείμενα της φύσης.



ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Πολύ πριν οι Έλληνες εργαστούν πάνω στις εξαίσιες ιδέες της γεωμετρίας με την πειθαρχία του Ευκλείδη ο οποίος θέσπισε αιτήματα, κοινές έννοιες, ορισμούς για την γεωμετρία, οι Αιγύπτιοι που δεν είχαν σχεδόν κανένα ενδιαφέρον στις θεωρίες,

χρησιμοποιούσαν απλά εργαλεία, ένα χάρακα ένα διαβήτη καμωμένο από σχοινί για να φτιάξουν τις πυραμίδες. Χρησιμοποιούσαν τα εργαλεία τους για να σχεδιάσουν κι να φτιάξουν τους περίφημους ναούς τους και τους τάφους πολύ πριν ο Θαλής δουλέψει πάνω στα θεωρήματα του. Οι Αιγύπτιοι ανακάλυψαν τη γεωμετρία και τη χρησιμοποιούσαν χιλιάδες χρόνια πριν ο Ευκλείδης γράψει τα βιβλία του. Η γεωμετρία ήταν το μέσο για πρακτικές και καλλιτεχνικές ανάγκες.

Τα παιδιά πρέπει να αισθάνονται για τη γεωμετρία, ότι και οι Αιγύπτιοι. Τα παιδιά μαθαίνουν καλύτερα όταν δουν τη γεωμετρία ως ένα μέσο της καθημερινής ζωής. Τα παιδιά μαθαίνουν όταν δουν τη Γεωμετρία ως ένα ανθρώπινο μέσο της καθημερινής ζωής. Τα παιδιά είναι καλλιτέχνες στην ψυχή. Η ανάγκη να κάνει κανείς γεωμετρία μέσω της τέχνης δεν χρειάζεται επεξήγηση. Για τα παιδιά, η ομορφιά έρχεται πριν τη λογική και τις θεωρίες, επομένως η γεωμετρία ως τέχνη είναι μια πιο φυσική προσέγγιση για τη διδασκαλία του μαθήματος. Η γεωμετρία μέσω της τέχνης μπορεί να παρέχει τα μέσα για αυτό. Πιο συγκεκριμένα η γεωμετρία μέσω της τέχνης προσφέρει την ενθάρρυνση των μαθητών να ανακαλύψουν από μόνοι τους σταδιακά τα εποπτικά μέσα που χρειάζονται για την ανάλυση της γεωμετρίας. Δίνει την δυνατότητα της απόκτησης της ικανότητας της αντίληψης του χώρου και προσφέρει εμπειρικές διαδικασίες που προωθούν την δημιουργικότητα και τη λογική.

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:

- **Paul Arthur Calter**, *Geometry in Art and Architecture*
- **Manuel Corrada** *Kazimir Malevich and the art of Geometry*, 1998.
- **Stix Andi**, *The link between Art and Mathematics*, Jan. 1995
- **Chris Pritchard**, *The changing shape of geometry*, 2003.
- **S.Abaw**, *Islamic Geometrical patterns for the teaching of mathematics of symmetry*, 2004.
- **Mike Field**, *Mathematics through art- art through mathematics*

Websites:

- [http://www.goldenmuseum.com/0305 GreekArt-engl.html](http://www.goldenmuseum.com/0305%20GreekArt-engl.html)
- <http://classes.yale.edu>
- <http://www.math.wichita.edu>
- <http://mathforum.org>
- <http://www.artic.edu>
- <http://www.tacoma.washington.edu>
- <http://sprot.physics.wisc.edu>